2015年湖南省普通高中学业水平考试大纲

数　学

湖南省教育厅制订

一、考试目标

普通高中数学学业水平考试是面向全体普通高中学生的达标性考试.考试依据普通高中的培养目标，系统检测学生学习数学必修课程的情况，突出考查学生数学基础知识、基本技能、基本思想和基本活动经验，全面评估普通高中学校落实数学课程标准的基本要求的情况.考试充分体现新课程理念，关注高中学科主干知识和核心概念，关注数学与日常生活、生产实践的联系，引导社会、学校和家庭形成正确的质量观和人才观，发挥考试对高中数学教学的正确导向作用.

二、命题依据

为实现普通高中教育培养目标，数学学业水平考试将依据《高中数学课程标准(2011 年版)》(下文简称《课程标准》)、《湖南省普通高中学业水平考试实施方案（试行)》(下文简称《实施方案》)和《2015 年湖南省普通高中学业水平考试大纲•数学（试行)》(下文简称《考试大纲》)，以及我省现行使用的普通高中数学课程标准实验教科书（人教 A 版，数学 1~数学 5)，结合我省普通高中数学教学的实际情况命题，力求规范、科学，符合我省高中数学教学实践最广泛的要求.

三、命题原则

1. 导向性原则. 命题立意面向全体学生，有利于促进学生全面、和谐、健康地发展，有利于中学实施素质教育，有利于体现数学学科新课程理念，充分发挥学业水平考试对普通高中数学学科教学的正确导向作用.

2. 基础性原则. 试卷选题突出考查数学学科基础知识、基本技能、基本思想和基本活动经验，考查初步应用数学学科知识与方法分析问题、解决问题的能力. 试题植根于教材，关注作为普通高中毕业学生必须具备的数学素养.

3. 科学性原则. 试题设计必须与《课程标准》和《考试大纲》要求一致，关注数学学科的主干知识和核心内容，关注数学学科与社会实践的联系，贴近学生的生活实际. 试卷结构合理、内容科学，试题表述简洁规范、答案准确.

4. 公平性原则. 试题选材应充分考虑我省高中数学教学的实际情况，注意到我省不同市（州）基础教育发展的不平衡性，面向全体学生. 联系日常生活、生产实际的试题背景应当是不同层面学生都熟悉并能理解的，以保证测试的公平性.

四、考试内容与要求

普通高中数学学业水平考试根据《实施方案》、《课程标准》和《考试大纲》，将本学科能力层级由低到高分为“识记”、“理解”、“掌握”和“应用”，并分别用 A、B、C、D 表示.学科能力层级与《实施方案》中提出的能力层级关系如下：

A：识记（包括了解、体会、知道、感知等）——对所学过的内容（包括基础知识、基本方法、基本体验和基本思想（下同））能准确识别、再认和直接应用.

B：理解（包括描述、解释、归纳、总结等）——对所学过的内容能进行理性分析和综合论证，并将其融入已有的认知结构.

C：掌握（包括导出、分析、推理、证明等）——对所学过的内容有较深刻的认识，能直接运用于解决与本内容相关的问题.

D：应用（包括探究、讨论、迁移、问题解决等）——能运用所学过的知识分析和解决有关的数学问题.

全卷中 A、B、C、D 各能力层级试题所占比例依次控制为 20%、45%、30%、5%左右.

模块	内容	能力层级				备注
		A	B	C	D	
数学1	集合的含义与表示	√				
	集合间的基本关系		√			
	集合的基本运算		√			
	函数的概念		√			包括求简单函数的解析式、定义域和值域
	函数的表示法			√		
	函数的单调性与最大（小）值			√		关注学科内综合
	函数的奇偶性		√			
	指数与指数幂的运算		√			
	指数函数及其性质			√		
	对数与对数运算		√			
	对数函数及其性质			√		
	幂函数	√				
	方程的根与函数的零点		√			
	用二分法求方程的近似解	√				
	几类不同增长的函数模型		√			
	函数模型的应用				√	关注实践应用
数学2	柱、锥、台、球的结构特征	√				
	简单组合体的结构特征	√				
	中心投影与平行投影	√				
	空间几何体的三视图			√		
	空间几何体的直观图	√				
	柱体、锥体、台体、球的表面积和体积	√				
	平面	√				
	空间中直线与直线之间的位置关系		√			包括异面直线所成的角

数学2	空间中直线与平面之间的位置关系		√			
	平面与平面之间的位置关系		√			
	直线与平面平行的判定与性质			√		
	平面与平面平行的判定与性质			√		
	直线与平面垂直的判定与性质			√		包括直线与平面所成的角
	平面与平面垂直的判定与性质			√		包括二面角
	直线的倾斜角与斜率		√			包括斜率公式
	两条直线平行与垂直的判定			√		
	直线的点斜式、两点式和一般式方程			√		包括直线的斜截式、截距式方程
	两直线的交点坐标		√			
	两点间的距离		√			
	点到直线的距离		√			
	两条平行直线之间的距离	√				
	圆的标准方程		√			
	圆的一般方程		√			
	直线与圆的位置关系				√	关注学科内综合
	圆与圆的位置关系		√			
	直线与圆的方程的应用			√		关注实践应用
	空间直角坐标系	√				
	空间两点间的距离公式	√				
数学3	算法的概念	√				
	程序框图与算法的基本逻辑结构		√			
	输入语句、输出语句和赋值语句		√			
	条件语句		√			
	循环语句		√			
	算法案例	√				
	简单随机抽样		√			

数学3	系统抽样		√			
	分层抽样		√			
	用样本的频率分布估计总体分布			√		
	用样本的数字特征估计总体的数字特征				√	关注实践应用
	变量之间的相关关系	√				
	两个变量的线性相关		√			
	随机事件的概率	√				
	概率的意义		√			
	概率的基本性质		√			
	古典概型			√		
	（整数值）随机数的产生		√			
	几何概型			√		
	均匀随机数的产生		√			
数学4	任意角	√				
	弧度制		√			
	任意角的三角函数		√			
	同角三角函数的基本关系			√		
	三角函数的诱导公式		√			
	正弦函数、余弦函数的图象			√		包括“五点法”作图
	正弦函数、余弦函数的性质			√		
	正切函数的性质与图象		√			
	函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象			√		
	三角函数模型的简单应用				√	关注实践应用
	平面向量的物理背景与概念	√				
	平面向量的几何表示	√				
	相等向量与共线向量	√				
	平面向量加法运算及其几何意义		√			

数学4	平面向量减法运算及其几何意义		√			
	平面向量数乘运算及其几何意义		√			
	平面向量基本定理		√			
	平面向量的正交分解及坐标表示	√				
	平面向量的坐标运算			√		
	平面向量共线的坐标表示		√			
	平面向量数量积的物理背景及其含义		√			
	平面向量数量积的坐标表示、模、夹角			√		
	平面向量的应用举例			√		
	两角和与差的正弦、余弦和正切公式		√			
	二倍角的正弦、余弦、正切公式		√			
	简单的三角恒等变换		√			
数学5	正弦定理和余弦定理		√			包括三角形的面积公式
	正弦定理和余弦定理的应用举例				√	关注实践应用
	数列的概念与简单表示法	√				
	等差数列			√		包括等差数列通项公式
	等差数列的前n项和			√		
	等比数列			√		包括等比数列通项公式
	等比数列的前n项和			√		
	不等关系与不等式	√				
	一元二次不等式及其解法			√		
	二元一次不等式（组）与平面区域		√			
	简单的线性规划问题			√		
	基本不等式			√		关注学科内综合

五、考试方式、时量与分值

考试方式	纸笔测试；闭卷
考试时量	120 分钟
试卷分值	100 分

六、试卷结构

1．各类题型与分值

题　型	题　量	分 值
选择题	10 小题	40 分
填空题	5 小题	20 分
解答题	5 小题	40 分

2．考试内容与分值

必修模块	数学 1	数学 2	数学 3	数学 4	数学 5
所占分值	20 分	20 分	20 分	20 分	20 分

3．难度分布

难度级别	容易题	中档题	稍难题
难度系数	[0.85, 1]	[0.70, 0.85)	[0.55, 0.70)
约占比例	70%	20%	10%

七、题型示例

（一）选择题

【例 1】 从一个容量为 N 的总体抽取容量为 n 的样本，当选取简单随机抽样、系统抽样和分层抽样三种不同的方法抽取样本时，总体中每个个体被抽到的概率分别为 p_1, p_2, p_3，则（　　）.

A. $p_1 = p_2 < p_3$　　　　B. $p_2 = p_3 < p_1$

C. $p_1 < p_3 = p_2$　　　　D. $p_1 = p_2 = p_3$

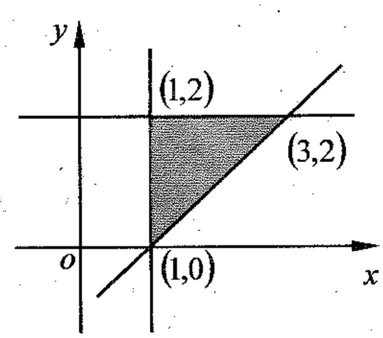
【说明】 本题立意于教材对三种抽样方法——简单随机抽样、系统抽样和分层抽样的概念和特征的本质理解，这是统计思想的精髓，能力层级为 A，属于容易题，预测难度为 0.94.

【参考答案】 D.

【例 2】 已知点 (x, y) 在如图所示的平面区域（阴影部分）内运动，则 $z = x + y$ 的最大值是（　　）.

A. 1　　　　B. 2

C. 3　　　　D. 5



（例 2 图）

【说明】本题给出了可行域，主要考查简单的线性规划的核心方法——求目标函数在给定区域上的最优解问题，能力层级为B，属于容易题，预测难度为0.89.

【参考答案】D.

【例 3】已知 O 为△ABC 所在平面内的一点，若 $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，则O为（　　）.

A．AB中点　　　　B．BC中点

C．CD中点　　　　D．A点

【说明】本题是由教材《数学4》第118页第2（5）题，通过逆向思考、改造变形而得的.主要考查平面向量的概念和平面向量加法运算——平行四边形法则的灵活运用，能力层级为C，属于中档题，预测难度为0.81.

【参考答案】B.

【例 4】已知 $f(x)$，$g(x)$ 分别是定义在 **R** 上的偶函数和奇函数，且 $f(x)-g(x)=x^3+x^2+1$，则 $f(1)+g(1)=$（　　）.

A．-3　　B．-1　　C．1　　D．3

【说明】本题考查对函数奇偶性的理解和简单函数方程的转化、化归和运用规律，函数与方程的数学思想贯穿于解题的全过程，能力层级为 D，属于稍难题，预测难度为 0.67.

【参考答案】C.

（二）填空题

【例 5】经过点 $A(0,3)$，且与直线 $y=-x+2$ 垂直的直线方程是____________.

【说明】本题来源于教材《数学 2》第 101 页第 10（3）题，考查对两直线垂直关系的认识和理解，要求能根据直线的斜率和直线上一个点的坐标，求直线的方程，能力层级为 B，属于容易题，预测难度为 0.91.

【参考答案】$x-y+3=0$.

【例 6】在如图所示的程序中，若输入 $x=5$，则输出的 $y=$________.

```
INPUT  x
 IF   x<0  THEN
 y=2x+3
 ELSE
 y=x-3
 END IF
PRINT  y
END
```

（例 6 图）

【说明】本题来源于教材《数学 3》第 33 页 A 组第 1 题.考查程序语言的基本逻辑结构，能力层级为 B，属于中档题，预测难度为 0.82.

【参考答案】2.

【例 7】已知函数 $f(x)=\log_{2a}x$，若 $0<x<1$ 时，$f(x)>0$，则实数 a 的取值范围是________.

【说明】本题考查对数函数的图象与性质，能力层级为 C，属于稍难题，预测难度为 0.69.

【参考答案】（0，$\frac{1}{2}$）.

（三）解答题

【例 8】已知函数 $f(x)=2\sin x\cos x$，$x\in\mathbf{R}$.

（1）求 $f(\frac{\pi}{8})$ 的值；

（2）求函数 $y=f(x)$ 的周期；

（3）判断函数 $y=f(x)$ 的奇偶性，并说明理由.

【说明】本题主要考查简单的三角变换和三角函数的基本性质，能力层级为 B，属于容易题，预测难度为 0.88.

【参考答案】（1）因为 $f(x)=\sin 2x$，所以 $f(\frac{\pi}{8})=\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$；

（2）函数 $y=f(x)$ 的周期为 π；

（3）因为 $f(x)=\sin 2x$ 的定义域为 R，

又 $f(-x)=\sin 2(-x)=-\sin 2x=-f(x)$，所以 $y=f(x)$ 为奇函数.

【例 9】一批食品，每袋的标准重量是 50g，为了了解这批食品的实际重量，从中随机抽取 10 袋食品，称出各袋的重量（单位：g），并得到其茎叶图（如图）.

（1）求这 10 袋食品重量的众数，并估计这批食品实际重量的平均数；

（2）若某袋食品的实际重量小于或等于 47g，则视为不合格产品，试估计这批食品重量的合格率.

4	5 6 6 9
5	0 0 0 1 1 2

（例 9 图）

【说明】本题来源于教材《数学 3》第 79 页第 2 题，考查从统计图（表）中获取数据信息和用样本数字特征估计总体数字特征的统计思想.本题关注数学与现实生活的联系，有助于提高学生学习的积极性，培养学生的应用意识与解决问题的能力，体现了“关注实践应用”的考试要求（见前面表格中的“备注”），能力层级为 D，属于中档题，预测难度为 0.83.

【参考答案】（1）这 10 袋食品重量的众数为 50（g），

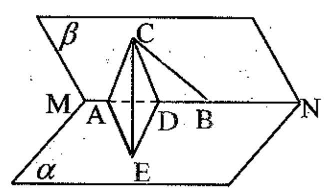
因为这 10 袋食品重量的平均数为

$$\frac{45+46+46+49+50+50+50+51+51+52}{10}=49 \ (g),$$

所以可以估计这批食品实际重量的平均数为 49（g）；

（2）因为这 10 袋食品中实际重量小于或等于 47 g 的有 3 袋，所以可以估计这批食品重量的不合格率为 $\frac{3}{10}$，故可以估计这批食品重量的合格率为 $\frac{7}{10}$.

【例 10】如图，已知二面角 $\alpha-MN-\beta$ 的大小为 60°，边长为 2 的正△ABC 在面 β 内，A, B 两点在棱 MN 上，D 是 AB 的中点，CE⊥面 α，垂足为 E.



（例 10 图）

（1）证明：AB⊥平面 CDE；

（2）求四面体 ACDE 的体积.

【说明】本题主要考查空间直线与直线、直线与平面垂直关系的判定定理和性质定理的具体运用，二面角及几何体体积的计算等，属于立体几何的主干知识和核心概念，能力层级为 C，属于中档题，预测难度为 0.78.

【参考答案】(1) 因为 D 为正△ABC 边 AB 的中点，所以 CD⊥AB，又因为 CE⊥面α，AB 在平面α内，所以 AB⊥CE，又CE,CD是平面CDE内的两条相交直线,所以AB⊥平面CDE;

(2) 由 (1) 可得，$AB \perp DE$，则∠CDE 为二面角$\alpha - MN - \beta$的平面角，所以∠CDE=60°，在 Rt△CED 中，CD=$\sqrt{3}$，所以 DE=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，CE=$\frac{3}{2}$，因为 CE⊥面α，所以四面体 ACDE 的体积

$$V = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} AD \cdot DE \cdot CE = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8}.$$

【例 11】已知直线 l: $y = kx + 1$和二次函数$f(x) = x^2 + c$的图象交于 A、B 两点.

(1) 求直线l在y轴上的截距b;

(2) 若点 A 的坐标为 (1，2)，求点 B 的坐标;

(3) 当$c = 0$时，是否存在直线l与圆 C: $x^2 + y^2 - 6y + 7 = 0$相切? 若存在，求线段 AB 的长；若不存在，说明理由.

【说明】本题综合了二次函数、直线的方程、直线和圆的

位置关系等内容，难度不大，但有学科内综合性，对从整体高度考查学生对教学内容的理解、掌握和灵活应用能力具有一定的价值，能力层级为 D，属于中档题，预测难度为 0.76.

【参考答案】（1）直线 l 在 y 轴上的截距 $b=1$；

（2）将点 A（1，2）的坐标代入 $y=kx+1$ 和 $f(x)=x^2+c$，得 $k=1,c=1$，解方程组 $\begin{cases} y=x+1, \\ y=x^2+1 \end{cases}$ 得 B 的坐标为（0，1）；

（3）因为圆 C 的方程可化为 $x^2+(y-3)^2=2$，若 l 与 C 相切，则 $\dfrac{|k\times 0-3+1|}{\sqrt{k^2+1}}=\sqrt{2}$，得 $k=1$ 或 $k=-1$.

当 $k=1$ 时，直线 l：$y=x+1$ 与 $f(x)=x^2$ 的交点坐标为（$\dfrac{1-\sqrt{5}}{2},\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$）和（$\dfrac{1+\sqrt{5}}{2},\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$），所以 $|AB|=\sqrt{10}$；

当 $k=-1$ 时，直线 l：$y=-x+1$ 与 $f(x)=x^2$ 的交点坐标为（$\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2},\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$）和（$\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2},\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$），所以 $|AB|=\sqrt{10}$；

综上，存在直线 l 满足条件，且 $|AB|=\sqrt{10}$.

【例 12】已知函数 $f(x)=2^x+\lambda\cdot 2^{-x}$（$\lambda\in\mathbf{R}$）.

（1）当 $\lambda=-1$ 时，求函数 $f(x)$ 的零点；

（2）若函数 $f(x)$ 为偶函数，求实数 λ 的值；

（3）若不等式 $\frac{1}{2}\leqslant f(x)\leqslant 4$ 在 $x\in[0,1]$ 上恒成立，求实数 λ 的取值范围.

【说明】本题综合了指数函数、函数的性质、函数与方程及函数与不等式等知识，主要考查指数函数的概念和性质、函数的零点及函数与不等式的综合运用，体现了“关注学科内综合”的考试要求（见前面表格中的“备注”），能力层级为 D，属于稍难题，预测难度为 0.60.

【参考答案】（1）令 $f(x)=0$，得 $2^x-2^{-x}=0$，得 $x=0$ ，故函数 $f(x)$ 的零点为 $x=0$；

（2）因为 $f(x)$ 为偶函数，所以 $f(-x)-f(x)=0$，

即 $2^{-x}+\lambda\cdot 2^x-2^x-\lambda\cdot 2^{-x}=0$，亦即 $(\lambda-1)(2^x-2^{-x})=0$，

因为 2^x-2^{-x} 不恒为零，所以 $\lambda=1$；

（3）令 $t=2^x$，由 $x\in[0,1]$，得 $t=2^x\in[1,2]$，原不等式等价于

$\frac{1}{2}\le t+\frac{\lambda}{t}\le 4$在$t\in[1,2]$上恒成立，即$t\in[1,2]$时，不等式转化为

$$\begin{cases}\lambda\ge\left(-t^2+\frac{1}{2}t\right)_{\max},\\ \lambda\le\left(-t^2+4t\right)_{\min}.\end{cases}$$

所以$\begin{cases}\lambda\ge-\frac{1}{2},\\ \lambda\le 3,\end{cases}$故实数$\lambda$的取值范围是$\left[-\frac{1}{2},3\right]$.

【例 13】 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n=2^n+a$（a为常数，$n\in\mathbf{N}^*$）.

（1）求a_1，a_2，a_3；

（2）若数列$\{a_n\}$为等比数列，求常数a的值及a_n；

（3）对于（2）中的a_n，记$f(n)=\lambda\cdot a_{2n+1}-4\lambda\cdot a_{n+1}-3$，若$f(n)<0$对任意的正整数$n$恒成立，求实数$\lambda$的取值范围.

【说明】 本题综合考查了数列、函数、不等式等基础知识和基本方法，以及函数与方程、化归与转换、数形结合等重要的数学思想.问题的解决要求学生在具体情境中综合运用所学知识，进行分析和探究，落实了“关注学科内综合”的考试要求（见前面表格中的“备注”）.能力层级为D，属于稍难题，预测难度为0.58.

【参考答案】（1） $a_1=S_1=a+2$ ，由 $S_2=a_1+a_2=4+a$ ，得 $a_2=2$ ，由 $S_3=a_1+a_2+a_3=8+a$ ，得 $a_3=4$ ；

（2）因为 $a_1=a+2$ ，当 $n\geq 2$ 时， $a_n=S_n-S_{n-1}=2^{n-1}$ ，又 $\{a_n\}$ 为等比数列，所以 $a_1=2^0=1$ ，得 $a+2=1$ ，即 $a=-1$ ，故 $a_n=2^{n-1}$ ；

（3）因为 $a_n=2^{n-1}$ ，所以 $f(n)=\lambda\cdot 2^{2n}-4\lambda\cdot 2^n-3$ ，令 $t=2^n$ ，则 $t\geq 2$ ， $f(n)=\lambda\cdot t^2-4\lambda\cdot t-3=\lambda(t-2)^2-4\lambda-3$.

设 $g(t)=\lambda(t-2)^2-4\lambda-3$ ，则

当 $\lambda=0$ 时， $f(n)=-3<0$ 恒成立；

当 $\lambda>0$ 时， $f(n)=g(t)=\lambda(t-2)^2-4\lambda-3$ 对应的点在开口向上的抛物线上，所以 $f(n)<0$ 不可能恒成立；

当 $\lambda<0$ 时， $f(n)=g(t)=\lambda(t-2)^2-4\lambda-3$ 在 $t\geq 2$ 时有最大值 $-4\lambda-3$ ，所以要使 $f(n)<0$ 对任意的正整数 n 恒成立，只需 $-4\lambda-3<0$ ，即 $\lambda>-\frac{3}{4}$ ，此时 $-\frac{3}{4}<\lambda<0$ ；

综上实数 λ 的取值范围为 $\left(-\frac{3}{4},0\right]$.

八、2015年湖南省普通高中学业水平考试样卷

数　学

本试题卷包括选择题、填空题和解答题三部分.

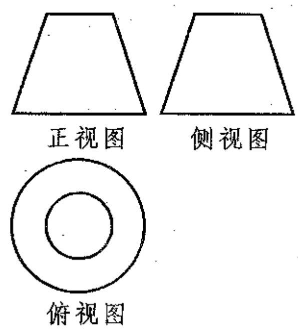
时量120分钟，满分100分.

一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，满分40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．如图是一个几何体的三视图，则该几何体为

A．圆柱　　B．圆锥

C．圆台　　D．球



（第1题图）

2．已知元素$a \in \{0,1,2,3\}$，且$a \notin \{0,1,2\}$，则a的值为

A．0　　B．1

C．2　　D．3

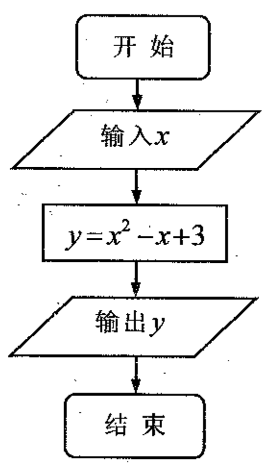
3．在区间$[0,5]$内任取一个实数，则此数大于3的概率为

A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{2}{5}$

C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{4}{5}$

4．某程序框图如图所示，若输入x的值为1，则输出y的值是

A．2　　B．3



（第4题图）

C. 4　　　　D. 5

5. 在ΔABC中，若$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$，则$\Delta ABC$的形状是

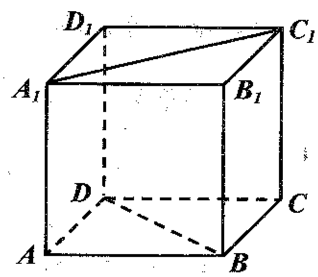
A. 直角三角形　　　　B. 等腰三角形

C. 锐角三角形　　　　D. 钝角三角形

6. $\sin 120^{\circ}$的值为

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. -1　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

7. 如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，直线BD与A_1C_1的位置关系是



（第 7 题图）

A. 平行　　　　B. 相交

C. 异面但不垂直　　　　D. 异面且垂直

8. 不等式$(x+1)(x-2)\le 0$的解集为

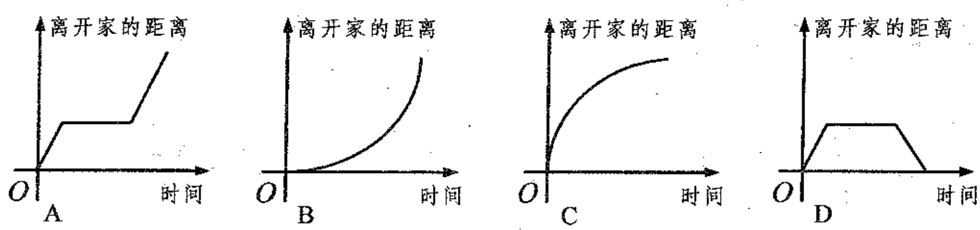
A. $\{x\,|\,-1\le x\le 2\}$　　　　B. $\{x\,|\,-1<x<2\}$

C. $\{x\,|\,x\ge 2$或$x\le -1\}$　　　　D. $\{x\,|\,x>2$或$x<-1\}$

9．点$P(m,1)$不在不等式$x+y-2<0$表示的平面区域内，则实数m的取值范围是

A．$m<1$　　B．$m\le 1$　　C．$m\ge 1$　　D．$m>1$

10．某同学从家里骑车一路匀速行驶到学校，只是在途中遇到一次交通堵塞，耽搁了一些时间．下列函数的图象最能符合上述情况的是



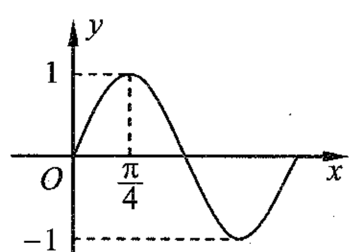
二、填空题：本大题共5小题，每小题4分，满分20分．

11．样本数据-2，0，6，3，6的众数是________．

12．在ΔABC中，角A、B、C所对应的边分别为a、b、c，已知$a=1,b=2,\sin A=\dfrac{1}{3}$，则$\sin B=$_______．

13．已知a是函数$f(x)=2-\log_2 x$的零点，则实数a的值为________．

14．已知函数$y=\sin\omega x\,(\omega>0)$在一个周期内的图象如图所示，则$\omega$的值为________．



（第14题图）

15．如图1，矩形$ABCD$中，$AB=2BC$，E，F分别是AB，CD的中点，现在沿EF把这个矩形折成一个直二面角$A-EF-C$（如图2），则在图2中直线AF与平面$EBCF$所成角的大小为________．

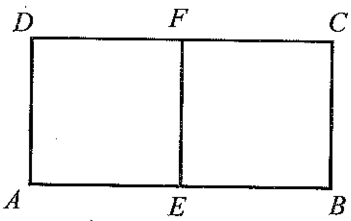


图 1

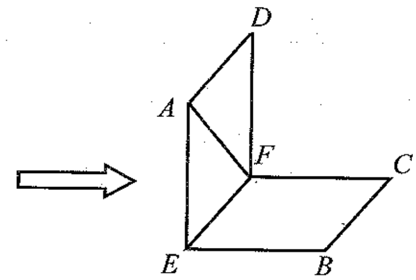


图 2

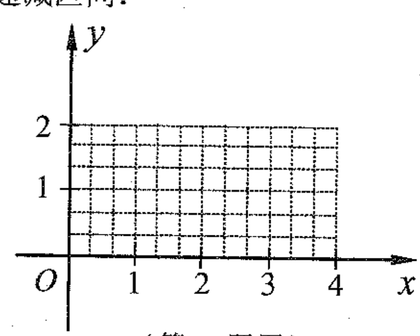
（第15题图）

三、解答题：本大题共5小题，满分40分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

16．（本小题满分6分）已知函数$f(x)=\begin{cases} x, & x\in[0,2], \\ \dfrac{4}{x}, & x\in(2,4]. \end{cases}$

（1）画出函数$f(x)$的大致图象；

（2）写出函数$f(x)$的最大值和单调递减区间．



（第16题图）

17．（本小题满分 8 分）某班有学生 50 人，其中男同学 30 人．用分层抽样的方法从该班抽取 5 人去参加某社区服务活动．

（1）求从该班男、女同学中各抽取的人数；

（2）从抽取的 5 名同学中任选 2 名谈此活动的感受，求选出的 2 名同学中恰有1名男同学的概率．

18．（本小题满分 8 分）已知等比数列$\{a_n\}$的公比$q=2$，且a_2，a_3+1，a_4成等差数列．

（1）求a_1及a_n；

（2）设$b_n=a_n+n$，求数列$\{b_n\}$的前 5 项和S_5．

19.（本小题满分 8 分）已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,\sin\theta)$，$\boldsymbol{b}=(2,1)$.

（1）当 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$ 时，求向量 $2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的坐标；

（2）若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，且 $\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，求 $\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的值.

20.（本小题满分 10 分）已知圆 $C:x^2+y^2+2x-3=0$.

（1）求圆的圆心 C 的坐标和半径长；

（2）直线 l 经过坐标原点且不与 y 轴重合，l 与圆 C 相交于 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ 两点，求证：$\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}$ 为定值；

（3）斜率为1的直线 m 与圆 C 相交于 D,E 两点，求直线 m 的方程，使 ΔCDE 的面积最大.

2015年湖南省普通高中学业水平考试样卷

参考答案及评分标准

一、选择题（每小题4分，满分40分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	B	B	A	C	D	A	C	A

二、填空题（每小题4分，满分20分）

11．6；　12．$\frac{2}{3}$；　13．4；　14．2；　15．45°（或$\frac{\pi}{4}$）.

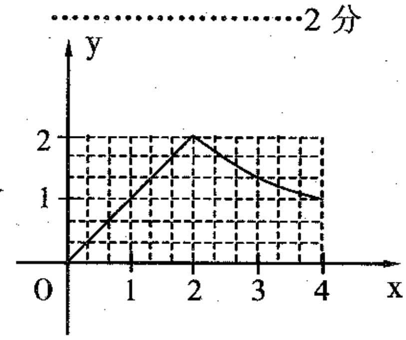
三、解答题（满分40分）

16．解（1）函数$f(x)$的大致图象如图所示；　……………………2分

（2）由函数$f(x)$的图象得出，

$f(x)$的最大值为2，　……………………4分

其单调递减区间为$[2,4]$.　………………6分



（第16题图）

17．解 (1)$\frac{30}{50}\times5=3$（人），$\frac{20}{50}\times5=2$（人），

所以从男同学中抽取3人，女同学中抽取2人；　……………………4分

(2) 用A表示事件“选出的 2 名同学中恰有1名男同学”，把抽出的 3 名男同学记为a_1,a_2,a_3,把抽出的 2 名女同学记为b_1,b_2，则选取两名同学的基本事件有：

$(a_1,a_2),(a_1,a_3),(a_1,b_1),(a_1,b_2),(a_2,a_3),(a_2,b_1),(a_2,b_2),(a_3,b_1),(a_3,b_2),(b_1,b_2)$,

共有 1 0 种，…………………………………………………………5 分

其中恰有一名男同学的基本事件有

$(a_1,b_1),(a_1,b_2),(a_2,b_1),(a_2,b_2),(a_3,b_1),(a_3,b_2)$，共 6 种，……………6 分

由古典概型得所求概率为$P(A)=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$． ……………………………8 分

18．解（1）由已知得$a_2=2a_1$, $a_3+1=4a_1+1$, $a_4=8a_1$，

又$2(a_3+1)=a_2+a_4$，所以$2(4a_1+1)=2a_1+8a_1$，解得$a_1=1$，……2 分

所以$a_n=a_1\cdot q^{n-1}=2^{n-1}$ ；…………………………………………………4 分

（2）因为$b_n=2^{n-1}+n$，所以$S_5=b_1+b_2+b_3+b_4+b_5$

$$=\frac{1\cdot(1-2^5)}{1-2}+\frac{5\cdot(1+5)}{2}=31+15=46.$$ ………………………………8 分

19．解（1）因为 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$，所以$\boldsymbol{a}=\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$,

所以向量 $2a+b=2\left(1,\frac{1}{2}\right)+(2,1)=(4,2)$； ……………………………4 分

（2）因为 $a // b$ ，所以 $2\sin\theta=1$，从而 $\sin\theta=\frac{1}{2}$， ………………5 分

又因为 $\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以 $\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$， ……………………………6 分

所以 $\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=\sin\theta\cos\frac{\pi}{4}+\cos\theta\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$. ………………8 分

20．解（1）配方得 $(x+1)^2+y^2=4$，

则圆心 C 的坐标为 $(-1,0)$ ，……………………………………………2 分

圆的半径长为 2 ；……………………………………………………………4 分

（2）设直线 l 的方程为 $y=kx$，

联立方程组 $\begin{cases}x^2+y^2+2x-3=0,\\ y=kx,\end{cases}$

消去 y 得 $(1+k^2)x^2+2x-3=0$， ………………………………… 5 分

则有：$\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{2}{1+k^2},\\ x_1x_2=-\dfrac{3}{1+k^2}.\end{cases}$ ……………………………………6 分

所以$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{2}{3}$为定值； ……………………………7 分

（3）**解法一** 设直线m的方程为$y=x+b$，则圆心C到直线m的距离

$d=\frac{|b-1|}{\sqrt{2}}$，所以$|DE|=2\sqrt{R^2-d^2}=2\sqrt{4-d^2}$， ……………8 分

$S_{\Delta CDE}=\frac{1}{2}|DE|\cdot d=\sqrt{4-d^2}\cdot d\le\frac{(4-d^2)+d^2}{2}=2$，

当且仅当$d=\sqrt{4-d^2}$，即$d=\sqrt{2}$时，ΔCDE的面积最大，………9 分

从而$\frac{|b-1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，解之得$b=3$或$b=-1$，

故所求直线方程为$x-y+3=0$或$x-y-1=0$. ……………10 分

解法二 由（1）知$|CD|=|CE|=R=2$，

所以$S_{\Delta CDE}=\frac{1}{2}|CD|\cdot|CE|\cdot\sin\angle DCE=2\sin\angle DCE\le 2$，当且仅当

$CD\perp CE$时，ΔCDE的面积最大，此时$|DE|=2\sqrt{2}$， ……………8 分

设直线m的方程为$y=x+b$，

则圆心C到直线m的距离$d=\frac{|b-1|}{\sqrt{2}}$，………………………………9 分

由$|DE|=2\sqrt{R^2-d^2}=2\sqrt{4-d^2}=2\sqrt{2}$，得$d=\sqrt{2}$，

由$\dfrac{|b-1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，得$b=3$或$b=-1$，

故所求直线方程为$x-y+3=0$或$x-y-1=0$. ················10 分

说明：解答题如有其它解法，酌情给分.