2 函数

湖南师大附中，数学教研组，张湘君

1.(2007.I.8) 设$a>1$，函数$f(x)=\log_a x$在区间$[a,2a]$上的最大值与最小值之差为$\frac{1}{2}$，则$a=$

( )

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$2\sqrt{2}$　　D．4

2.(2007.I.14) 函数$y=f(x)$的图像与函数$y=\log_3 x(x>0)$的图像关于直线$y=x$对称，则

$f(x)=$________.

3.(2007.II.4) 下列四个数中最大的是　　( )

A．$(\ln 2)^2$　　B．$\ln(\ln 2)$　　C．$\ln\sqrt{2}$　　D．$\ln 2$

4.(2007.II.9) 把函数$y=\mathrm{e}^x$的图像按向量$\boldsymbol{a}=(2,3)$平移，得到$y=f(x)$的图像，则$f(x)=$

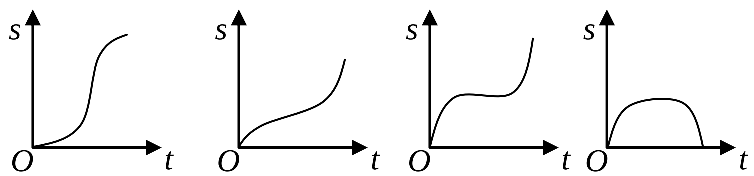
( )

A．$\mathrm{e}^{x-3}+2$　　B．$\mathrm{e}^{x+3}-2$　　C．$\mathrm{e}^{x-2}+3$　　D．$\mathrm{e}^{x+2}-3$

5.(2008.I.1) 函数$y=\sqrt{x(x-1)}+\sqrt{x}$的定义域为　　( )

A．$\{x\,|\,x\geqslant 0\}$　　B．$\{x\,|\,x\geqslant 1\}$　　C．$\{x\,|\,x\geqslant 1\}\cup\{0\}$　　D．$\{x\,|\,0\leqslant x\leqslant 1\}$

6.(2008.I.2) 汽车经过启动、加速行驶、匀速行驶、减速行驶之后停车，若把这一过程中汽车的行驶路程s看作时间t的函数，其图像可能是　　( )



A.　　B.　　C.　　D.

7.(2008.I.6) 若函数$y=f(x-1)$的图像与函数$y=\ln\sqrt{x}+1$的图像关于直线$y=x$对称，则$f(x)=$( )

A．e^{2x-1}　　B．e^{2x}　　C．e^{2x+1}　　D．e^{2x+2}

8.(2008.I.9) 设奇函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上为增函数，且$f(1)=0$，则不等式$\frac{f(x)-f(-x)}{x}<0$的解集为　　( )

A．$(-1,0)\cup(1,+\infty)$　　B．$(-\infty,-1)\cup(0,1)$　　C．$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$　　D．$(-1,0)\cup(0,1)$

9.(2008.II.3) 函数 $f(x)=\frac{1}{x}-x$ 的图像关于 (　　)

A. y 轴对称　B. 直线 $y=-x$ 对称　C. 坐标原点对称　D. 直线 $y=x$ 对称

10.(2009.I.11) 函数 $f(x)$ 的定义域为 R，若 $f(x+1)$ 与 $f(x-1)$ 都是奇函数，则(　　)

A. $f(x)$ 是偶函数　B. $f(x)$ 是奇函数　C. $f(x)=f(x+2)$　D. $f(x+3)$ 是奇函数

11.(2009.II.7) 设 $a=\log_3\pi, b=\log_2\sqrt{3}, c=\log_3\sqrt{2}$，则 (　　)

A. $a>b>c$　B. $a>c>b$　C. $b>a>c$　D. $b>c>a$

12.(2010.I.8) 设 a=$\log_3 2$,b=In2,c=$5^{-\frac{1}{2}}$,则 (　　)

A a<b<c　Bb<c<a　C c<a<b　D c<b<a

13.(2010.I.10) 已知函数 F(x)=|lgx|,若 0<a<b,且 f(a)=f(b),则 a+2b 的取值范围是(　　)

A. $(2\sqrt{2},+\infty)$　B. $[2\sqrt{2},+\infty)$　C. $(3,+\infty)$　D. $[3,+\infty)$

14.(2010.I.15) 直线 $y=1$ 与曲线 $y=x^2-|x|+a$ 有四个交点，则 a 的取值范围是_______.

15.(2011.I.2) 下列函数中，既是偶函数又在（0,+∞）单调递增的函数是 (　　)

A. $y=x^3$　B. $y=|x|+1$　C. $y=-x^2+1$　D. $y=2^{-|x|}$

16.(2011.I.12) 函数 $y=\frac{1}{1-x}$ 的图像与函数 $y=2\sin\pi x(-2\le x\le 4)$ 的图像所有交点的横坐标之和等于 (　　)

A. 2　B. 4　C. 6　D. 8

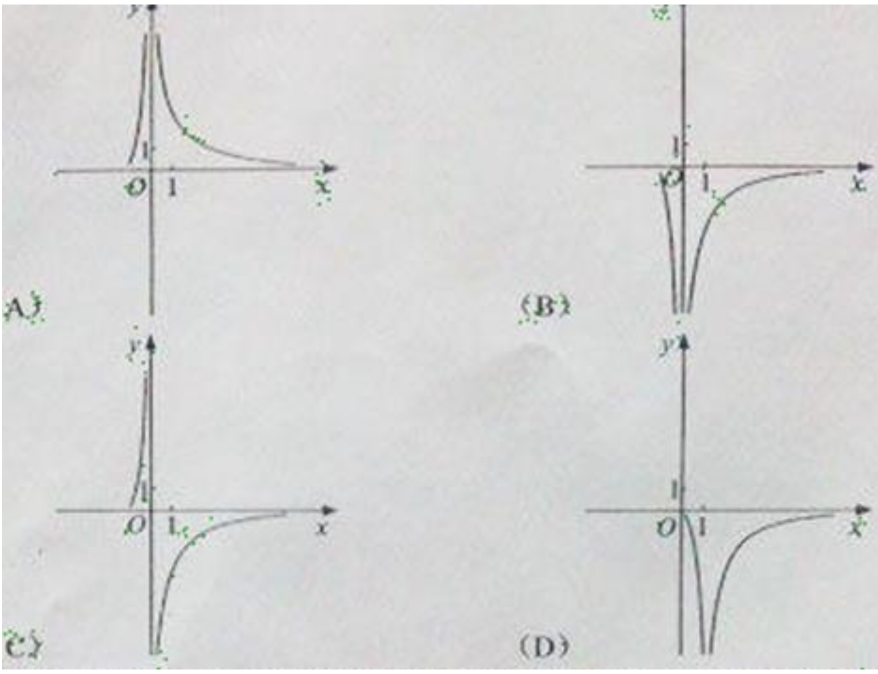
17.(2011.II.2) 函数 $y=2\sqrt{x}(x\ge 0)$ 的反函数为 (　　)

A. $y=\frac{x^2}{4}(x\in R)$　B. $y=\frac{x^2}{4}(x\ge 0)$　C. $y=4x^2\ (x\in R)$　D. $y=4x^2(x\ge 0)$

18.(2011.II.9) 设 $f(x)$ 是周期为 2 的奇函数，当 $0\le x\le 1$ 时，$f(x)=2x(1-x)$,则 $f(-\frac{5}{2})=$(　　)

A. $-\frac{1}{2}$　B. $-\frac{1}{4}$　C. $\frac{1}{4}$　D. $\frac{1}{2}$

19.(2012.I.10) 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{\ln(x+1)-x}$；则 $y=f(x)$ 的图像大致为 (　　)



20.(2012.II.9) 已知 $x=\ln\pi, y=\log_5 2, z=e^{-\frac{1}{2}}$，则 (　　)

A. $x<y<z$　　B. $z<x<y$　　C. $z<y<x$　　D. $y<z<x$

21.(2012.II.10) 已知函数 $y=x^3-3x+c$ 的图像与 x 轴恰有两个公共点，则 $c=$ (　　)

A. -2 或 2　　B. -9 或 3　　C. -1 或 1　　D. -3 或 1

22.(2013.I.11) 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+2x, x\le 0\\ \ln(x+1), x>0\end{cases}$，若 $|f(x)|\ge ax$，则 a 的取值范围是(　　)

A. $(-\infty,0]$　　B. $(-\infty,1]$　　C. $[-2,1]$　　D. $[-2,0]$

23.(2013.I.16) 若函数 $f(x)=(1-x^2)(x^2+ax+b)$ 的图像关于直线 $x=-2$ 对称，则 $f(x)$ 的最大值是______.

24.(2013.II.8) 设 $a=\log_3 6, b=\log_5 10, c=\log_7 14$，则 (　　)

A. $c>b>a$　　B. $b>c>a$　　C. $a>c>b$　　D. $a>b>c$

25.(2014.I.3) 设函数 $f(x)$，$g(x)$ 的定义域都为 R，且 $f(x)$ 时奇函数，$g(x)$ 是偶函数，则下列结论正确的是 (　　)

$A.$ $f(x)\,g(x)$ 是偶函数　　$B.$ $|f(x)|g(x)$ 是奇函数

$C.$ $f(x)|g(x)|$是奇函数　　$D.$ $|f(x)\,g(x)|$是奇函数

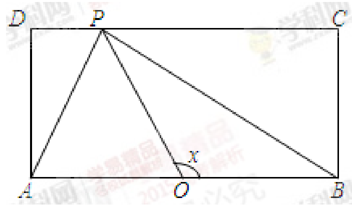
26.(2014.II.15) 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递减， $f(2)=0$.若 $f(x-1)>0$，则 x 的取值范围是________.

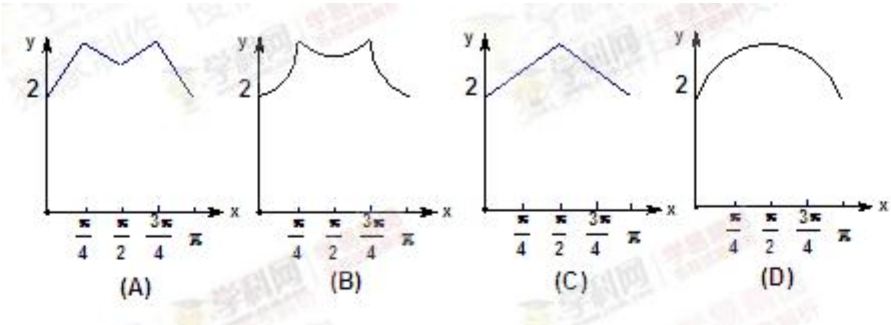
27.(2015.I.13) 若函数 $f(x)=x\ln(x+\sqrt{a+x^2})$ 为偶函数，则 $a=$ _______.

28.(2015.II.5) 设函数 $f(x)=\begin{cases}1+\log_2(2-x), x<1,\\ 2^{x-1}, x\ge 1,\end{cases}$ $f(-2)+f(\log_2 12)=$ ( )

A．3　　B．6　　C．9　　D．12

29.(2015.II.10) 如图，长方形 $ABCD$ 的边 $AB=2$，$BC=1$，O 是 AB 的中点，点 P 沿着边 BC，CD 与 DA 运动，记 $\angle BOP=x$．将动 P 到 A、B 两点距离之和表示为 x 的函数 $f(x)$，则 $y=f(x)$ 的图像大致为 ( )





30.(2015.II.12) 设函数 $f'(x)$ 是奇函数 $f(x)(x\in R)$ 的导函数， $f(-1)=0$，当 $x>0$ 时，$xf'(x)-f(x)<0$，则使得 $f(x)>0$ 成立的 x 的取值范围是 ( )

A．$(-\infty,-1)\cup(0,1)$　　B．$(-1,0)\cup(1,+\infty)$　　C．$(-\infty,-1)\cup(-1,0)$　　D．$(0,1)\cup(1,+\infty)$

2 函数

湖南师大附中，数学教研组，张湘君

1.(2007.I.8) 设 $a>1$，函数 $f(x)=\log_a x$ 在区间 $[a, 2a]$ 上的最大值与最小值之差为 $\frac{1}{2}$，则 $a=$ ( )

A． $\sqrt{2}$　　B． 2　　C． $2\sqrt{2}$　　D． 4

分析：∵ $a>1$，∴函数 $f(x)=\log_a x$ 在定义域内为增函数． $f(x)_{\min}=f(a)=\log_a a=1$，

$f(x)_{\max}=f(2a)=\log_a 2a=\log_a 2+1$，依题意有 $\log_a 2=\frac{1}{2}$， $a=4$． 选 D.

2.(2007.I.14) 函数 $y=f(x)$ 的图像与函数 $y=\log_3 x(x>0)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称，则

$f(x)=$________.

分析： $f(x)=3^x(x\in\mathbf{R})$.

3.(2007.II.4) 下列四个数中最大的是 ( )

A． $(\ln 2)^2$　　B． $\ln(\ln 2)$　　C． $\ln\sqrt{2}$　　D． $\ln 2$

分析：D.

4.(2007.II.9) 把函数 $y=e^x$ 的图像按向量 $\boldsymbol{a}=(2,3)$ 平移，得到 $y=f(x)$ 的图像，则 $f(x)=$ ( )

A． $e^{x-3}+2$　　B． $e^{x+3}-2$　　C． $e^{x-2}+3$　　D． $e^{x+2}-3$

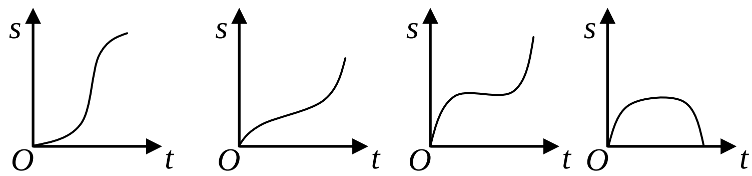
分析：C.

5.(2008.I.1) 函数 $y=\sqrt{x(x-1)}+\sqrt{x}$ 的定义域为 ( )

A． $\{x\mid x\geqslant 0\}$　　B． $\{x\mid x\geqslant 1\}$　　C． $\{x\mid x\geqslant 1\}\cup\{0\}$　　D． $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$

分析：C.　由 $x(x-1)\ge 0, x\ge 0,$ 得 $x\ge 1,$ 或 $x=0;$

6.(2008.I.2) 汽车经过启动、加速行驶、匀速行驶、减速行驶之后停车，若把这一过程中汽车的行驶路程 s 看作时间 t 的函数，其图像可能是 ( )



A.　　B.　　C.　　D.

分析：A.　根据汽车加速行驶 $s=\frac{1}{2}at^2$，匀速行驶 $s=vt$，减速行驶 $s=-\frac{1}{2}at^2$ 结合函数图像可知.

7.(2008.I.6) 若函数 $y=f(x-1)$ 的图像与函数 $y=\ln\sqrt{x}+1$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称，则 $f(x)=($　　　$)$

A． e^{2x-1}　　　　B． e^{2x}　　　　C． e^{2x+1}　　　　D． e^{2x+2}

分析：B.　　由 $y=\ln\sqrt{x}+1\Rightarrow x=e^{2(y-1)}, f(x-1)=e^{2(x-1)}, f(x)=e^{2x}$.

8.(2008.I.9) 设奇函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为增函数，且 $f(1)=0$，则不等式 $\frac{f(x)-f(-x)}{x}<0$ 的解集为　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　$($　　　$)$

A． $(-1,0)\cup(1,+\infty)$　　B． $(-\infty,-1)\cup(0,1)$　　C． $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$　D． $(-1,0)\cup(0,1)$

分析：D. 由奇函数 $f(x)$ 可知 $\frac{f(x)-f(-x)}{x}=\frac{2f(x)}{x}<0$，而 $f(1)=0$，则 $f(-1)=-f(1)=0$，

当 $x>0$ 时，$f(x)<0=f(1)$；当 $x<0$ 时，$f(x)>0=f(-1)$，又 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为增函数，

则奇函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上为增函数，$0<x<1$,或 $-1<x<0$.

9.(2008.II.3) 函数 $f(x)=\frac{1}{x}-x$ 的图像关于　　　　　　　　　　　　　　　　　$($　　　$)$

A． y 轴对称　　　　B． 直线 $y=-x$ 对称　　C． 坐标原点对称　　D． 直线 $y=x$ 对称

分析：**C**

【解析】 由 $e^{-1}<x<1\Rightarrow -1<\ln x<0$，令 $t=\ln x$ 且取 $t=-\frac{1}{2}$ 知 $b<a<c$

10.(2009.I.11) 函数 $f(x)$ 的定义域为 R，若 $f(x+1)$ 与 $f(x-1)$ 都是奇函数，则$($　　　$)$

A． $f(x)$ 是偶函数　　B． $f(x)$ 是奇函数　　C． $f(x)=f(x+2)$　　D． $f(x+3)$ 是奇函数

分析：D. $\because$ $f(x+1)$ 与 $f(x-1)$ 都是奇函数，$\therefore f(-x+1)=-f(x+1), f(-x-1)=-f(x-1)$，

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 关于点 $(1,0)$，及点 $(-1,0)$ 对称，函数 $f(x)$ 是周期 $T=2[1-(-1)]=4$ 的周期函

数.$\therefore f(-x-1+4)=-f(x-1+4)$，$f(-x+3)=-f(x+3)$，即 $f(x+3)$ 是奇函数。

11.(2009.II.7) 设 $a=\log_3\pi, b=\log_2\sqrt{3}, c=\log_3\sqrt{2}$，则　　　　　　　　　　$($　　　$)$

A． $a>b>c$　　　　B． $a>c>b$　　　　C． $b>a>c$　　　　D． $b>c>a$

分析：$\because \log_3\sqrt{2}<\log_2\sqrt{2}<\log_2\sqrt{3}\ \therefore b>c$

$\log_2\sqrt{3}<\log_2 2=\log_3 3<\log_3\pi\ \therefore a>b\ \therefore a>b>c$.**故选 A.**

12.(2010.I.8) 设 a=$\log_3 2$,b=In2,c=$5^{-\frac{1}{2}}$,则 ( )

A a<b<c　　　Bb<c<a　　　C c<a<b　　　D c<b<a

分析：C 【命题意图】本小题以指数、对数为载体，主要考查指数函数与对数函数的性质、实数大小的比较、换底公式、不等式中的倒数法则的应用.

【解析 1】 a=$\log_3 2$=$\dfrac{1}{\log_2 3}$, b=In2=$\dfrac{1}{\log_2 e}$,而$\log_2 3>\log_2 e>1$,所以 a<b,

c=$5^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$,而$\sqrt{5}>2=\log_2 4>\log_2 3$,所以 c<a,综上 c<a<b.

【解析 2】a=$\log_3 2$=$\dfrac{1}{\log_2^3}$,b=ln2=$\dfrac{1}{\log_2^e}$，$1<\log_2^e<\log_2^3<2$ ，$\dfrac{1}{2}<\dfrac{1}{\log_2^3}<\dfrac{1}{\log_2^e}<1$；

c=$5^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}<\dfrac{1}{\sqrt{4}}=\dfrac{1}{2}$， ∴c<a<b

13.(2010.I.10) 已知函数 F(x)=|lgx|,若 0<a<b,且 f(a)=f(b),则 a+2b 的取值范围是( )

A. $(2\sqrt{2},+\infty)$　　B. $[2\sqrt{2},+\infty)$　　C. $(3,+\infty)$　　D. $[3,+\infty)$

分析：A 【命题意图】本小题主要考查对数函数的性质、函数的单调性、函数的值域，考生在做本小题时极易忽视 a 的取值范围，而利用均值不等式求得 a+2b$=a+\dfrac{2}{a}>2\sqrt{2}$,从而错选 A,这也是命题者的用苦良心之处.

【解析 1】因为 fA. =fB. ,所以|lga|=|lgb|,所以 a=b(舍去)，或$b=\dfrac{1}{a}$，所以 a+2b=$a+\dfrac{2}{a}$

又 0<a<b,所以 0<a<1<b，令 $f(a)=a+\dfrac{2}{a}$,由“对勾”函数的性质知函数 $f(a)$ 在 $a\in(0,1)$上为减函数，所以 fA. >f(1)=1+$\dfrac{2}{1}$=3,即 a+2b 的取值范围是(3,+∞).

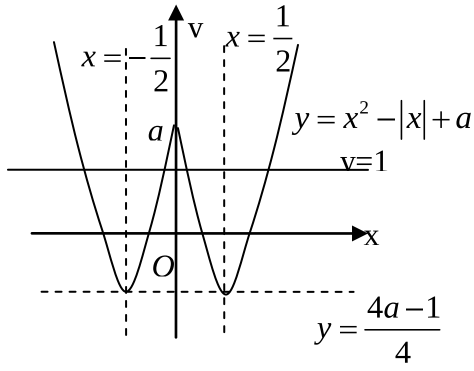
【解析 2】由 0<a<b,且 fA. =fB. 得：$\begin{cases}0<a<1\\1<b\\ab=1\end{cases}$，利用线性规划得：$\begin{cases}0<x<1\\1<y\\xy=1\end{cases}$，求 $z=x+2y$

的取值范围问题，$z=x+2y\Rightarrow y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}z$，$y=\dfrac{1}{x}\Rightarrow y'=-\dfrac{1}{x^2}<-1\Rightarrow$过点$(1,1)$时 z 最小为 3,∴C. $(3,+\infty)$

14.(2010.I.15) 直线 $y=1$与曲线 $y=x^2-|x|+a$ 有四个交点，则 a 的取值范围是________.

分析：$(1,\frac{5}{4})$【命题意图】本小题主要考查函数的图像与性质、不等式的解法,着重考查了数形结合的数学思想.

【解析 1】如图，在同一直角坐标系内画出直线 $y=1$ 与曲线 $y=x^2-|x|+a$,观图可知，a 的取值必须满足



$\begin{cases} a>1 \\ \frac{4a-1}{4}<1 \end{cases}$,解得 $1<a<\frac{5}{4}$.

【解析 2】由数型结合知：$a-\frac{1}{4}<1<a \Rightarrow 1<a<\frac{5}{4}$

15.(2011.I.2) 下列函数中，既是偶函数又在(0,+∞)单调递增的函数是 (　　)

A. $y=x^3$　　B. $y=|x|+1$　　C. $y=-x^2+1$　　D. $y=2^{-|x|}$

分析：解析:由图像知选 B.

16.(2011.I.12) 函数 $y=\frac{1}{1-x}$ 的图像与函数 $y=2\sin\pi x(-2\le x\le 4)$ 的图像所有交点的横坐标之和等于 (　　)

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

分析：图像法求解。$y=\frac{1}{x-1}$ 的对称中心是（1,0）也是 $y=2\sin\pi x(-2\le x\le 4)$ 的中心，$-2\le x\le 4$ 他们的图像在 x=1 的左侧有 4 个交点，则 x=1 右侧必有 4 个交点。不妨把他们的横坐标由小到大设为 $x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7,x_8$， 则 $x_1+x_8=x_2+x_7=x_3+x_6=x_4+x_5=2$，所以选 D

17.(2011.II.2) 函数 $y=2\sqrt{x}(x\ge 0)$ 的反函数为 (　　)

A. $y=\frac{x^2}{4}(x\in R)$　　B. $y=\frac{x^2}{4}(x\ge 0)$　　C. $y=4x^2\ (x\in R)$　　D. $y=4x^2(x\ge 0)$

分析：B

【命题意图】本题主要考查反函数的求法.

【解析】由原函数反解得 $x=\frac{y^2}{4}$,又原函数的值域为 $y\ge 0$,所以函数 $y=2\sqrt{x}(x\ge 0)$ 的反函数为 $y=\frac{x^2}{4}(x\ge 0)$.

18.(2011.II.9) 设 $f(x)$ 是周期为 2 的奇函数，当 $0\le x\le 1$ 时， $f(x)=2x(1-x)$,则 $f(-\frac{5}{2})=$ (　　)

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{2}$

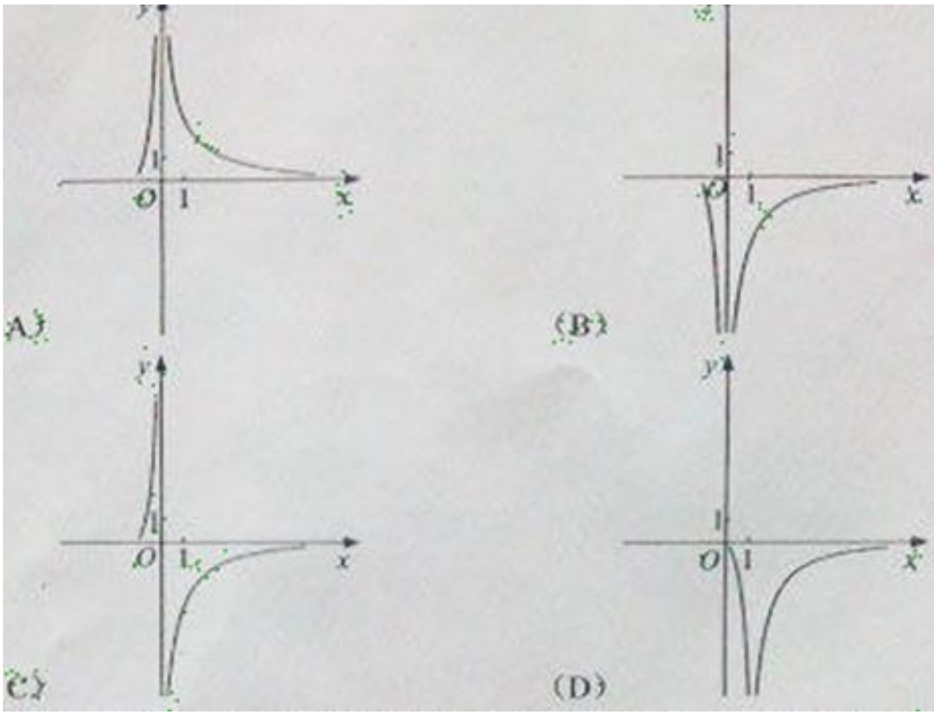
分析：A

【命题意图】本题主要考查利用函数的周期性和奇偶性求函数值的方法.

【解析】由 $f(x)$ 是周期为 2 的奇函数,利用周期性和奇偶性得:

$$f(-\frac{5}{2})=f(-\frac{5}{2}+2)=f(-\frac{1}{2})=-f(\frac{1}{2})=-2\times\frac{1}{2}\times(1-\frac{1}{2})=-\frac{1}{2}.$$

19.(2012.I.10) 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{\ln(x+1)-x}$；则 $y=f(x)$ 的图像大致为 ( )



分析：选 B

$$g(x)=\ln(1+x)-x\Rightarrow g'(x)=-\frac{x}{1+x}$$
$$\Rightarrow g'(x)>0\Leftrightarrow -1<x<0,g'(x)<0\Leftrightarrow x>0\Rightarrow g(x)<g(0)=0$$

得： $x>0$ 或 $-1<x<0$ 均有 $f(x)<0$ 排除 A,C,D

20.(2012.II.9) 已知 $x=\ln\pi,y=\log_5 2,z=e^{-\frac{1}{2}}$，则 ( )

A． $x<y<z$　　B． $z<x<y$　　C． $z<y<x$　　D． $y<z<x$

分析：D

【命题意图】本试题主要考查了对数、指数的比较大小的运用，采用中间值大小比较方法。

【解析】$\ln\pi>\ln e=1$， $\log_5 2<\log_5\sqrt{5}=\frac{1}{2}$， $z=e^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{e}}>\frac{1}{\sqrt{4}}=\frac{1}{2}$，故选答案 D。

21.(2012.II.10) 已知函数 $y=x^3-3x+c$ 的图像与 x 轴恰有两个公共点，则 $c=$ ( )

A． -2 或 2　　B． -9 或 3　　C． -1 或 1　　D． -3 或 1

分析：A

【命题意图】本试题主要考查了导数在研究三次函数中的极值的运用。要是函数图像与 x 轴有两个不同的交点，则需要满足极佳中一个为零即可。

【解析】因为三次函数的图像与 x 轴恰有两个公共点，结合该函数的图像，可得极大值或者极小值为零即可满足要求。而 $f'(x)=3x^2-3=3(x-)(x+1)$，当 $x=\pm1$ 时取得极值

由 $f(1)=0$ 或 $f(-1)=0$ 可得 $c-2=0$ 或 $c+2=0$，即 $c=\pm2$。

22.(2013.I.11) 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+2x, x\le 0\\ \ln(x+1), x>0\end{cases}$，若 $|f(x)|\ge ax$，则 a 的取值范围是(　　　)

A．$(-\infty,0]$　　B．$(-\infty,1]$　　C．$[-2,1]$　　D．$[-2,0]$

分析：D.

23.(2013.I.16) 若函数 $f(x)=(1-x^2)(x^2+ax+b)$ 的图像关于直线 $x=-2$ 对称，则 $f(x)$ 的最大值是______.

分析：16.

24.(2013.II.8) 设 $a=\log_3 6, b=\log_5 10, c=\log_7 14$，则　　(　　　)

A. $c>b>a$　　B. $b>c>a$　　C. $a>c>b$　　D. $a>b>c$

分析：.

25.(2014.I.3) 设函数 $f(x)$，$g(x)$ 的定义域都为 R，且 $f(x)$ 时奇函数，$g(x)$ 是偶函数，则下列结论正确的是　　(　　　)

A. $f(x)\ g(x)$ 是偶函数　　B.$|f(x)|g(x)$ 是奇函数

C. $f(x)|g(x)|$是奇函数　　D.$|f(x)\ g(x)|$是奇函数

分析：B.

26.(2014.II.15) 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递减，$f(2)=0$.若 $f(x-1)>0$，则 x 的取值范围是__________.

分析：（$-1,3$）.

27.(2015.I.13) 若函数 $f(x)=x\ln(x+\sqrt{a+x^2})$ 为偶函数，则 a= ________.

【答案】1

【解析】由题知 $y=\ln(x+\sqrt{a+x^2})$ 是奇函数，所以 $\ln(x+\sqrt{a+x^2})+\ln(-x+\sqrt{a+x^2})$ $=\ln(a+x^2-x^2)=\ln a=0$，解得 a=1.

【考点定位】函数的奇偶性

【名师点睛】本题主要考查已知函数奇偶性求参数值问题，常用特值法，如函数是奇函数，在 x=0 处有意义，常用 $f(x)$=0,求参数，否则用其他特值，利用特值法可以减少运算.

28.(2015.II.5) 设函数 $f(x)=\begin{cases}1+\log_2(2-x), x<1,\\ 2^{x-1}, x\geq 1,\end{cases}$，$f(-2)+f(\log_2 12)=$ (　　)

A．3　　B．6　　C．9　　D．12

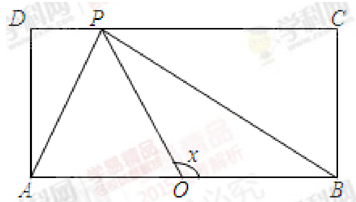
【答案】C

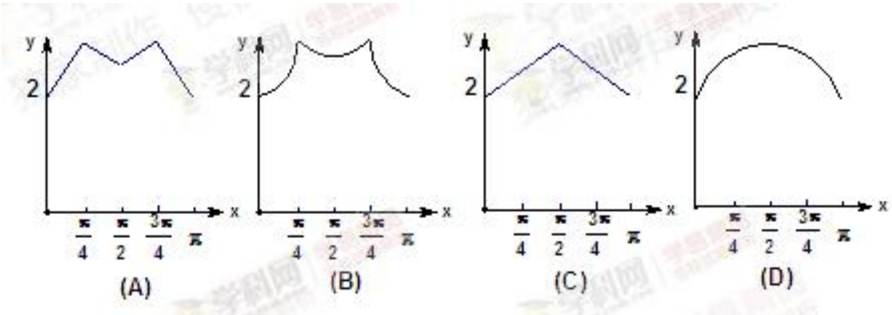
【解析】由已知得 $f(-2)=1+\log_2 4=3$，又 $\log_2 12>1$，所以 $f(\log_2 12)=2^{\log_2 12-1}=2^{\log_2 6}=6$，故 $f(-2)+f(\log_2 12)=9$，故选 C.

【考点定位】分段函数.

【名师点睛】本题考查分段函数求值，要明确自变量属于哪个区间以及熟练掌握对数运算法则，属于基础题.

29.(2015.II.10) 如图，长方形 $ABCD$ 的边 $AB=2$，$BC=1$，O 是 AB 的中点，点 P 沿着边 BC，CD 与 DA 运动，记 $\angle BOP=x$．将动 P 到 A、B 两点距离之和表示为 x 的函数 $f(x)$，则 $y=f(x)$ 的图像大致为 (　　)





【答案】B

【解析】由已知得，当点 P 在 BC 边上运动时，即 $0\leq x\leq\frac{\pi}{4}$ 时，$PA+PB=\sqrt{\tan^2 x+4}+\tan x$；当点 P 在 CD 边上运动时，即 $\frac{\pi}{4}\leq x\leq\frac{3\pi}{4}, x\neq\frac{\pi}{2}$ 时，$PA+PB=\sqrt{(\frac{1}{\tan x}-1)^2+1}+\sqrt{(\frac{1}{\tan x}+1)^2+1}$，当 $x=\frac{\pi}{2}$ 时，$PA+PB=2\sqrt{2}$；当点 P 在 AD 边上运动时，即 $\frac{3\pi}{4}\leq x\leq\pi$ 时，$PA+PB=\sqrt{\tan^2 x+4}-\tan x$，从点 P 的运动过程可以看出，轨迹关于直线 $x=\frac{\pi}{2}$ 对称，且 $f(\frac{\pi}{4})>f(\frac{\pi}{2})$，且轨迹非线型，故选 B.

【考点定位】函数的图象和性质.

【名师点睛】本题考查函数的图像与性质，表面看觉得很难，但是如果认真审题，读懂题意，通过点 P 的运动轨迹来判断图像的对称性以及特殊点函数值的比较，也可较容易找到答案，属于中档题.

30.(2015.II.12) 设函数 $f'(x)$ 是奇函数 $f(x)(x\in R)$ 的导函数， $f(-1)=0$，当 $x>0$ 时，$xf'(x)-f(x)<0$，则使得 $f(x)>0$ 成立的 x 的取值范围是 ( )

A. $(-\infty,-1)\cup(0,1)$ B. $(-1,0)\cup(1,+\infty)$ C. $(-\infty,-1)\cup(-1,0)$ D. $(0,1)\cup(1,+\infty)$

【答案】A

【解析】记函数 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$，则 $g'(x)=\dfrac{xf'(x)-f(x)}{x^2}$，因为当 $x>0$ 时，$xf'(x)-f(x)<0$，故当 $x>0$ 时，$g'(x)<0$，所以 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递减；又因为函数 $f(x)(x\in R)$ 是奇函数，故函数 $g(x)$ 是偶函数，所以 $g(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 单调递减，且 $g(-1)=g(1)=0$．当 $0<x<1$ 时，$g(x)>0$，则 $f(x)>0$；当 $x<-1$ 时，$g(x)<0$，则 $f(x)>0$，综上所述，使得 $f(x)>0$ 成立的 x 的取值范围是 $(-\infty,-1)\cup(0,1)$，故选 A.

【考点定位】导数的应用、函数的图象与性质.

【名师点睛】联系已知条件和结论，构造辅助函数是高中数学中一种常用的方法，解题中若遇到有关不等式、方程及最值之类问题，设法建立起目标函数，并确定变量的限制条件，通过研究函数的单调性、最值等问题，常可使问题变得明了，属于难题.