

## 7 不等式

湖南师大附中, 数学教研组, 张湘君

1.(2007.I.6) 下面给出的四个点中, 到直线  $x-y+1=0$  的距离为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 且位于  $\begin{cases} x+y-1 < 0, \\ x-y+1 > 0 \end{cases}$  表示的平面区域内的点是 ( )

- A. (1, 1)                      B. (-1, 1)                      C. (-1, -1)                      D. (1, -1)

2.(2007.II.6) 不等式  $\frac{x-1}{x^2-4} > 0$  的解集是 ( )

- A. (-2, 1)                      B. (2, +∞)                      C. (-2, 1) ∪ (2, +∞)                      D. (-∞, -2) ∪ (1, +∞)

3.(2008.I.13) 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+y \geq 0, \\ x-y+3 \geq 0, \\ 0 \leq x \leq 3, \end{cases}$  则  $z=2x-y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

4.(2008.II.5) 设变量  $x, y$  满足约束条件:  $\begin{cases} y \geq x, \\ x+2y \leq 2, \\ x \geq -2. \end{cases}$  则  $z=x-3y$  的最小值( )

- A. -2                      B. -4                      C. -6                      D. -8

5.(2009.I.3) 不等式  $\left| \frac{X+1}{X-1} \right| < 1$  的解集为 ( )

- A.  $\{x|0 < x < 1\} \cup \{x|x > 1\}$                       B.  $\{x|0 < x < 1\}$                       C.  $\{x|-1 < x < 0\}$                       D.  $\{x|x < 0\}$

6.(2010.I.3) 若变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} y \leq 1, \\ x+y \geq 0, \\ x-y-2 \leq 0, \end{cases}$  则  $z=x-2y$  的最大值为 ( )

- A. 4                      B. 3                      C. 2                      D. 1

7.(2010.I.13) 不等式  $\sqrt{2x^2+1}-x \leq 1$  的解集是\_\_\_\_\_.

8.(2011.I.13) 若变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} 3 \leq 2x+y \leq 9, \\ 6 \leq x-y \leq 9, \end{cases}$  则  $z=x+2y$  的最小值为\_\_\_\_\_.

9.(2012.I.14) 设  $x, y$  满足约束条件:  $\begin{cases} x, y \geq 0 \\ x-y \geq -1; \\ x+y \leq 3 \end{cases}$  则  $z=x-2y$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

10.(2012.II.13) 若  $x, y$  满足约束条件 
$$\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \\ x + 3y - 3 \geq 0 \end{cases}$$
, 则  $z = 3x - y$  的最小值为\_\_\_\_\_.

11.(2013.II.9) 已知  $a > 0$ ,  $x, y$  满足约束条件 
$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x + y \leq 3 \\ y \geq a(x - 3) \end{cases}$$
, 若  $z = 2x + y$  的最小值为1, 则  $a =$

- ( )
- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C. 1                      D. 2

12.(2014.II.9) 设  $x, y$  满足约束条件 
$$\begin{cases} x + y - 7 \leq 0 \\ x - 3y + 1 \leq 0 \\ 3x - y - 5 \geq 0 \end{cases}$$
, 则  $z = 2x - y$  的最大值为 ( )

- A. 10                      B. 8                      C. 3                      D. 2

13.(2015.I.15) 若  $x, y$  满足约束条件 
$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x - y \leq 0 \\ x + y - 4 \leq 0 \end{cases}$$
, 则  $\frac{y}{x}$  的最大值为\_\_\_\_\_.

14.(2015.II.14) 若  $x, y$  满足约束条件 
$$\begin{cases} x - y + 1 \geq 0, \\ x - 2y \leq 0, \\ x + 2y - 2 \leq 0, \end{cases}$$
, 则  $z = x + y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

## 7 不等式

湖南师大附中, 数学教研组, 张湘君

1.(2007.I.6) 下面给出的四个点中, 到直线  $x-y+1=0$  的距离为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 且位于  $\begin{cases} x+y-1 < 0, \\ x-y+1 > 0 \end{cases}$  表示的平面区域内的点是 ( )

- A. (1,1)                      B. (-1,1)                      C. (-1,-1)                      D. (1,-1)

分析: 逐一检查, 选 C.

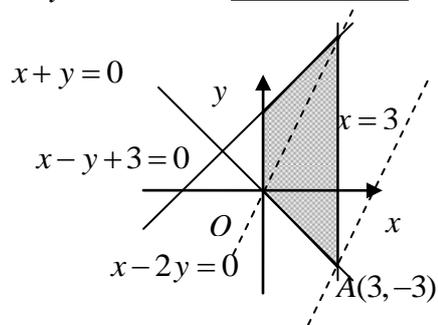
2.(2007.II.6) 不等式  $\frac{x-1}{x^2-4} > 0$  的解集是 ( )

- A. (-2,1)                      B. (2, +∞)                      C. (-2,1) ∪ (2, +∞)                      D. (-∞, -2) ∪ (1, +∞)

分析: C.

3.(2008.I.13) 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+y \geq 0, \\ x-y+3 \geq 0, \\ 0 \leq x \leq 3, \end{cases}$  则  $z=2x-y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

分析: 9. 如图, 作出可行域, 作出直线  $l_0: x-2y=0$ , 将  $l_0$  平移至过点 A 处时, 函数  $z=2x-y$  有最大值 9.



4.(2008.II.5) 设变量  $x, y$  满足约束条件:  $\begin{cases} y \geq x, \\ x+2y \leq 2, \\ x \geq -2. \end{cases}$  则  $z=x-3y$  的最小值( )

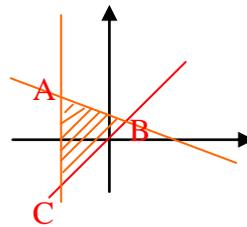
- A. -2                      B. -4                      C. -6                      D. -8

分析: D

【解析】如图作出可行域, 知可行域的顶点

是 A(-2, 2)、B( $\frac{2}{3}, \frac{2}{3}$ ) 及 C(-2, -2)

于是  $(z_A)_{\min} = -8$



5.(2009.I.3) 不等式  $\left| \frac{X+1}{X-1} \right| < 1$  的解集为 ( )

- A.  $\{x|0 < x < 1\} \cup \{x|x > 1\}$                       B.  $\{x|0 < x < 1\}$                       C.  $\{x|-1 < x < 0\}$                       D.  $\{x|x < 0\}$

分析: D. 验  $x=-1$  即可。

6.(2010.I.3) 若变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} y \leq 1, \\ x+y \geq 0, \\ x-y-2 \leq 0, \end{cases}$  则  $z=x-2y$  的最大值为 ( )

A. 4

B. 3

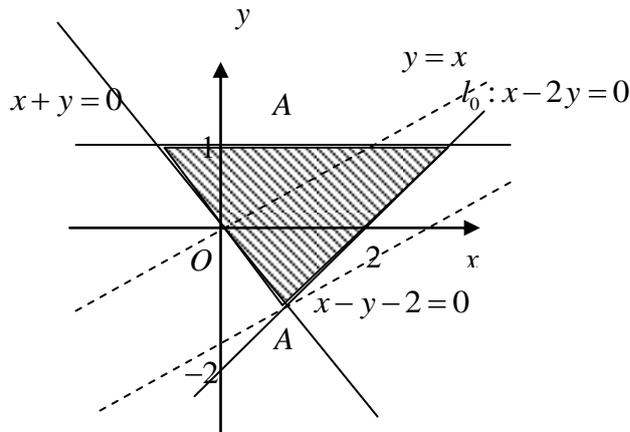
C. 2

D. 1

分析: B 【命题意图】本小题主要考查线性规划知识、作图、识图能力及计算能力.

【解析 1】画出可行域(如右图), 由图可知, 当直线  $l$  经过点  $A(1, -1)$  时,  $z$  最大, 且最大值为

$$z_{\max} = 1 - 2 \times (-1) = 3.$$



【解析 2】 $z = x - 2y \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z$ , 画图知过点  $(1, -1)$  是最大,  $z_{\max} = 1 - 2(-1) = 3$

7.(2010.I.13) 不等式  $\sqrt{2x^2+1} - x \leq 1$  的解集是\_\_\_\_\_.

分析:  $[0, 2]$  【命题意图】本小题主要考查根式不等式的解法, 利用平方去掉根号是解根式不等式的基本思路, 也让转化与化归的数学思想体现得淋漓尽致.

【解析 1】原不等式等价于  $\begin{cases} 2x^2+1 \leq (x+1)^2 \\ x+1 \geq 0 \end{cases}$ , 解得  $0 \leq x \leq 2$ .

【解析 2】 $\sqrt{2x^2+1} - x \leq 1 \Rightarrow \sqrt{2x^2+1} \leq 1+x \Rightarrow \begin{cases} 2x^2+1 \leq (1+x)^2 \\ 1+x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq x \leq 2 \Rightarrow \{x | 0 \leq x \leq 2\}$

8.(2011.I.13) 若变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} 3 \leq 2x+y \leq 9 \\ 6 \leq x-y \leq 9 \end{cases}$ , 则  $z = x+2y$  的最小值为\_\_\_\_\_.

分析: 画出区域图知, 当直线  $z = x+2y$  过  $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x-y=9 \end{cases}$  的交点  $(4, -5)$  时,  $z_{\min} = -6$

9.(2012.I.14) 设  $x, y$  满足约束条件:  $\begin{cases} x, y \geq 0 \\ x-y \geq -1 \\ x+y \leq 3 \end{cases}$ ; 则  $z = x-2y$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

分析:  $[-3, 3]$  约束条件对应四边形  $OABC$  边际及内的区域:  $O(0, 0), A(0, 1), B(1, 2), C(3, 0)$

则  $z = x-2y \in [-3, 3]$

10.(2012.II.13) 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x-y+1 \geq 0 \\ x+y-3 \leq 0 \\ x+3y-3 \geq 0 \end{cases}$ , 则  $z = 3x-y$  的最小值为\_\_\_\_\_.

分析：-1

**【命题意图】**本试题考查了线性规划最优解的求解的运用。常规题型，只要正确作图，表示出区域，然后借助于直线平移法得到最值。

**【解析】**利用不等式组，作出可行域，可知区域表示的为三角形，当目标函数过点(3,0)时，目标函数最大，当目标函数过点(0,1)时最小为-1。

11.(2013.II.9) 已知 $a > 0$ ， $x, y$ 满足约束条件
$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x + y \leq 3 \\ y \geq a(x-3) \end{cases}$$
，若 $z = 2x + y$ 的最小值为1，则 $a =$  ( )

- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C. 1                      D. 2

分析：B.

12.(2014.II.9) 设 $x, y$ 满足约束条件
$$\begin{cases} x + y - 7 \leq 0 \\ x - 3y + 1 \leq 0 \\ 3x - y - 5 \geq 0 \end{cases}$$
，则 $z = 2x - y$ 的最大值为 ( )

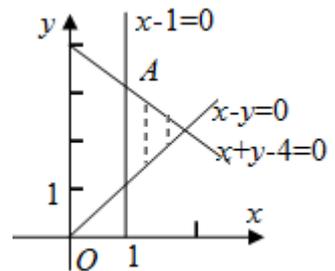
- A. 10                      B. 8                      C. 3                      D. 2

分析：B.

13.(2015.I.15) 若 $x, y$ 满足约束条件
$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x - y \leq 0 \\ x + y - 4 \leq 0 \end{cases}$$
，则 $\frac{y}{x}$ 的最大值为\_\_\_\_\_。

**【答案】**3

**【解析】**作出可行域如图中阴影部分所示，由斜率的意义知， $\frac{y}{x}$ 是可行域内一点与原点连线的斜率，由图可知，点A(1,3)与原点连线的斜率最大，故 $\frac{y}{x}$ 的最大值为3。



**【考点定位】**线性规划解法

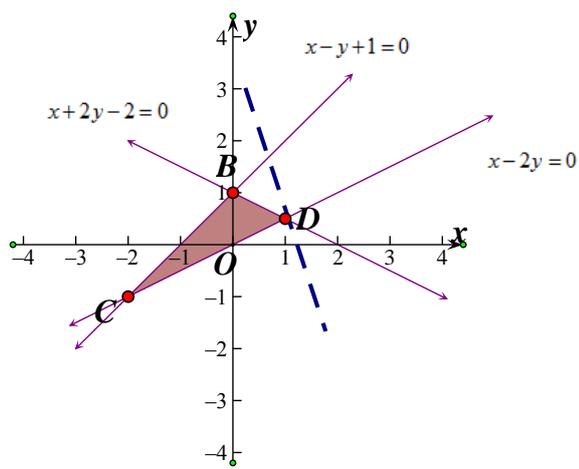
**【名师点睛】**对线性规划问题，先作出可行域，在作出目标函数，利用 $z$ 的几何意义，结合可行域即可找出取最值的点，通过解方程组即可求出做最优解，代入目标函数，求出最值，要熟悉相关公式，确定目标函数的意义是解决最优化问题的关键，目标函数常有距离型、直线型和斜率型。

14.(2015.II.14) 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x-y+1 \geq 0, \\ x-2y \leq 0, \\ x+2y-2 \leq 0, \end{cases}$  , 则  $z=x+y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $\frac{3}{2}$

**【解析】**画出可行域, 如图所示, 将目标函数变形为  $y=-x+z$ , 当  $z$  取到最大时, 直线  $y=-x+z$  的纵截距最大, 故将直线尽可能地向上平移到  $D(1, \frac{1}{2})$ , 则  $z=x+y$  的最大值为  $\frac{3}{2}$ .

**【考点定位】**线性规划.



**【名师点睛】**本题考查线性规划, 要正确作图, 首先要对目标函数进行分析, 什么时候目标函数取到最大值, 解该类题目时候, 往往还要将目标直线的斜率和可行域边界的斜率比较, 否则很容易出错, 属于基础题.