4 三角函数与三角形

湖南师大附中，数学教研组，张湘君

1.(2007.I.1) α 是第四象限角， $\tan\alpha=-\frac{5}{12}$，则 $\sin\alpha=$ （　　）

A．$\frac{1}{5}$　　B．$-\frac{1}{5}$　　C．$\frac{5}{13}$　　D．$-\frac{5}{13}$

2.(2007.I.12) 函数 $f(x)=\cos^2 x-2\cos^2\frac{x}{2}$ 的一个单调增区间是 （　　）

A．$(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3})$　　B．$(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$　　C．$(0,\frac{\pi}{3})$　　D．$(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6})$

3.(2007.I.17) 设锐角三角形 ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c， $a=2b\sin A$．

（Ⅰ）求 B 的大小；

（Ⅱ）求 $\cos A+\sin C$ 的取值范围．

4.(2007.II.1) $\sin 210^\circ=$ （　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$-\frac{1}{2}$

5.(2007.II.2) 函数 $y=|\sin x|$ 的一个单调增区间是 （　　）

A．$\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right)$　　B．$\left(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right)$　　C．$\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$　　D．$\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$

6.(2007.II.17) 在 $\triangle ABC$ 中，已知内角 $A=\frac{\pi}{3}$，边 $BC=2\sqrt{3}$．设内角 $B=x$，周长为 y．

（1）求函数 $y=f(x)$ 的解析式和定义域；

（2）求 y 的最大值．

7.(2008.I.8) 为得到函数 $y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图像，只需将函数 $y=\sin 2x$ 的图像(　　　)

A．向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个长度单位　　　　B．向右平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个长度单位

C．向左平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位　　　　D．向右平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位

8.(2008.I.17) 设$\triangle ABC$的内角 A，B，C 所对的边长分别为 a，b，c，且 $a\cos B-b\cos A=\frac{3}{5}c$．

（Ⅰ）求 $\tan A\cot B$ 的值；

（Ⅱ）求 $\tan(A-B)$ 的最大值．

9.(2008.II.8) 若动直线 $x=a$ 与函数 $f(x)=\sin x$ 和 $g(x)=\cos x$ 的图像分别交于 M，N 两点，则 $|MN|$ 的最大值为　　　　(　　　)

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

10.(2008.II.17) 在$\triangle ABC$中，$\cos B=-\frac{5}{13}$，$\cos C=\frac{4}{5}$．

（Ⅰ）求 $\sin A$ 的值；

（Ⅱ）设$\triangle ABC$的面积 $S_{\triangle ABC}=\frac{33}{2}$，求 BC 的长．

11.(2009.I.8) 如果函数 $y=3\cos(2x+\phi)$ 的图像关于点 $\left(\frac{4\pi}{3}，0\right)$ 中心对称，那么 $|\varphi|$ 的最小值为

(　　　)

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

12.(2009.I.16) 若$\frac{\pi}{4}<x<\frac{\pi}{2}$，则函数$y=\tan 2x\tan^3 x$的最大值为___________.

13.(2009.I.17) 在ΔABC中，内角 A、B、C 的对边长分别为a、b、c，已知$a^2-c^2=2b$，且$\sin A\cos C=3\cos A\sin C$，求 b.

14.(2009.II.3) 已知ΔABC中，$\cot A=-\frac{12}{5}$， 则$\cos A=$ ( )

A. $\frac{12}{13}$ B. $\frac{5}{13}$ C. $-\frac{5}{13}$ D. $-\frac{12}{13}$

15.(2009.II.8) 若将函数$y=\tan\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$的图像向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度后，与函数$y=\tan\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$的图像重合，则$\omega$的最小值为 ( )

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

16.(2009.II.17) 设ΔABC的内角A、B、C的对边长分别为a、b、c，$\cos(A-C)+\cos B=\frac{3}{2}$，$b^2=ac$，求$B$.

17.(2010.I.2) 记$\cos(-80^\circ)=k$,那么$\tan 100^\circ=$ ( )

A. $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$ B. -$\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$ C. $\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$ D. -$\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$

18.(2010.I.14) 已知α为第三象限的角，$\cos 2\alpha=-\frac{3}{5}$,则$\tan(\frac{\pi}{4}+2\alpha)=$ ______________.

19.(2010.I.17) ΔABC中，D为边BC上的一点，$BD=33$，$\sin B=\frac{5}{13}$，$\cos\angle ADC=\frac{3}{5}$，求$AD$.

20.(2011.I.5) 已知角θ的顶点与原点重合，始边与x轴的正半轴重合，终边在直线$y=2x$上，则$\cos 2\theta=$ ( )

A. $-\frac{4}{5}$　　B. $-\frac{3}{5}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

21.(2011.I.16) 在$\triangle ABC$中，$B=60^\circ, AC=\sqrt{3}$，则$AB+2BC$的最大值为________.

22.(2011.II.5) 设函数$f(x)=\cos\omega x(\omega>0)$，将$y=f(x)$的图像向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后，所得的图像与原图像重合，则$\omega$的最小值等于 ( )

A. $\frac{1}{3}$　　B. 3　　C. 6　　D. 9

23.(2011.II.14) 已知$\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi),\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$,则$\tan 2\alpha=$________.

24.(2011.II.17) $\triangle ABC$的内角A、B、C的对边分别为a、b、c.已知$A-C=90^\circ$，求C.

25.(2012.I.9) 已知$\omega>0$，函数$f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{4})$在$(\frac{\pi}{2},\pi)$上单调递减。则$\omega$的取值范围是 ( )

(A) $[\frac{1}{2},\frac{5}{4}]$　　(B) $[\frac{1}{2},\frac{3}{4}]$　　(C) $(0,\frac{1}{2}]$　　(D) $(0,2$

26.(2012.I.17) 已知a,b,c分别为ΔABC三个内角A,B,C的对边，$a\cos C+\sqrt{3}a\sin C-b-c=0$

（1）求A　　（2）若$a=2$，ΔABC的面积为$\sqrt{3}$；求b,c。

27.(2012.II.7) 已知α为第二象限角，$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则$\cos2\alpha=$

A．$-\frac{\sqrt{5}}{3}$　　B．$-\frac{\sqrt{5}}{9}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{9}$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{3}$

28.(2012.II.12) 正方形$ABCD$的边长为 1，点E在边AB上，点F在边BC上，$AE=BF=\frac{3}{7}$，动点P从E出发沿直线向F运动，每当碰到正方形的边时反弹，反弹时反射角等于入射角。当点P第一次碰到E时，P与正方形的边碰撞的次数为　　(　　)

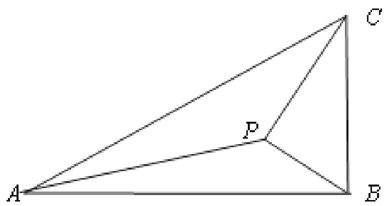
A．16　　B．14　　C．12　　D．10

29.(2012.II.14) 当函数$y=\sin x-\sqrt{3}\cos x(0\le x<2\pi)$取得最大值时，$x=$__________.

30.(2012.II.17) ΔABC的内角A、B、C的对边分别为a、b、c，已知$\cos(A-C)+\cos B=1, a=2c$，求C。

31.(2013.I.15) 设当$x=\theta$时，函数$f(x)=\sin x-2\cos x$取得最大值，则$\cos\theta=$______.

32.(2013.I.17) 如图，在△ABC中，∠ABC＝90°，AB=$\sqrt{3}$，BC=1，P为△ABC内一点，∠BPC＝90°



(1)若 PB=$\frac{1}{2}$，求 PA；

(2)若∠APB＝150°，求 tan∠PBA.

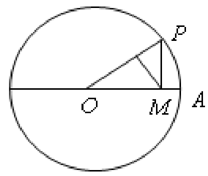
33.(2013.II.15) 设θ为第二象限角，若$\tan(\theta+\frac{\pi}{4})=\frac{1}{2}$，则$\sin\theta+\cos\theta=$__________.

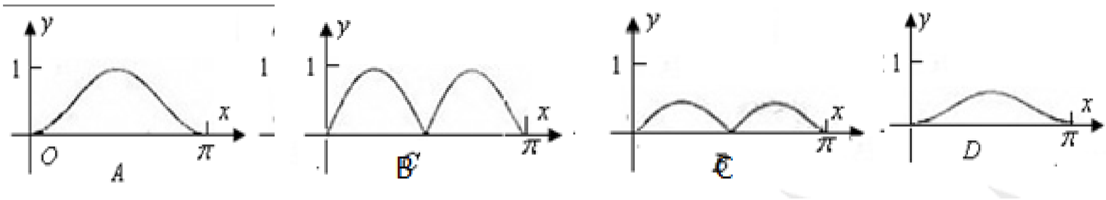
34.(2013.II.17) △ ABC在内角A,B,C的对边分别为a,b,c，已知$a=b\cos C+c\sin B$.

（Ⅰ）求B；

（Ⅱ）若$b=2$，求△ ABC面积的最大值.

35.(2014.I.6) 如图，圆 O 的半径为 1，A 是圆上的定点，P 是圆上的动点，角 x 的始边为射线 OA，终边为射线 OP，过点 P 作直线 OA 的垂线，垂足为 M，将点 M 到直线 OP 的距离表示为 x 的函数 $f(x)$，则 $y=f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的图像大致为 ( )





36.(2014.I.8) 设 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\beta\in(0,\frac{\pi}{2})$，且 $\tan\alpha=\frac{1+\sin\beta}{\cos\beta}$，则 ( )

$A.\ 3\alpha-\beta=\frac{\pi}{2}$　　$B.\ 2\alpha-\beta=\frac{\pi}{2}$　　$C.\ 3\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$　　$D.\ 2\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$

37.(2014.I.16) 已知 a,b,c 分别为 ΔABC 的三个内角 A,B,C 的对边，a=2，且 $(2+b)(\sin A-\sin B)=(c-b)\sin C$，则 ΔABC 面积的最大值为__________.

38.(2014.II.4) 钝角三角形 ABC 的面积是 $\frac{1}{2}$，AB=1，BC=$\sqrt{2}$，则 AC= ( )

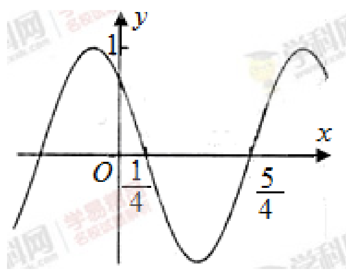
A. 5　　B. $\sqrt{5}$　　C. 2　　D. 1

39.(2014.II.14) 函数 $f\left(x\right)=\sin\left(x+2\varphi\right)-2\sin\varphi\cos\left(x+\varphi\right)$ 的最大值为_________.

40.(2015.I.2) $\sin 20^{\circ}\cos 10^{\circ}-\cos 160^{\circ}\sin 10^{\circ}$ = ( )

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

41.(2015.I.8) 函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)$ 的部分图像如图所示，则 $f(x)$ 的单调递减区间为 ( )



A. $(k\pi-\frac{1}{4},k\pi+\frac{3}{4}),k\in Z$　　B. $(2k\pi-\frac{1}{4},2k\pi+\frac{3}{4}),k\in Z$

C. $(k-\frac{1}{4},k+\frac{3}{4}),k\in Z$　　D. $(2k-\frac{1}{4},2k+\frac{3}{4}),k\in Z$

42.(2015.I.16) 在平面四边形 $ABCD$ 中，∠A=∠B=∠C=75°，BC=2，则 AB 的取值范围是_________.

43.(2015.II.17) ΔABC 中, D 是 BC 上的点, AD 平分 $\angle BAC$, ΔABD 面积是 ΔADC 面积的 2 倍.

(Ⅰ) 求 $\frac{\sin\angle B}{\sin\angle C}$；(Ⅱ)若 $AD=1$，$DC=\frac{\sqrt{2}}{2}$，求 BD 和 AC 的长.

4 三角函数与三角形

湖南师大附中，数学教研组，张湘君

1.(2007.I.1) α 是第四象限角， $\tan\alpha=-\frac{5}{12}$， 则 $\sin\alpha=$ （　　）

A． $\frac{1}{5}$　　B． $-\frac{1}{5}$　　C． $\frac{5}{13}$　　D． $-\frac{5}{13}$

分析：根据三角函数定义，不妨取 α 终边上一点 $P(12,-5)$， $\sin\alpha=\frac{y}{r}=\frac{-5}{\sqrt{12^2+(-5)^2}}=-\frac{5}{13}$，选 D.

2.(2007.I.12) 函数 $f(x)=\cos^2x-2\cos^2\frac{x}{2}$ 的一个单调增区间是 （　　）

A． $(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3})$　　B． $(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$　　C． $(0,\frac{\pi}{3})$　　D． $(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6})$

分析：法 1： $f(x)=\cos^2x-2\cos^2\frac{x}{2}=\cos^2x-1-\cos x=(\cos x-\frac{1}{2})^2-\frac{5}{4}$， 令 $u=\cos x$， 结合二次函数及余弦函数图像. ①当 $u\in[\frac{1}{2},1]$时，y 随 u 的增大而增大，故只需求此时 u 关于 x 的增区间，即 $x\in[2k\pi-\frac{\pi}{3},2k\pi]$. ②当 $u\in[-1,\frac{1}{2}]$时，y 随 u 的增大而减小，故只需求此时 u 关于 x 的减区间，即 $x\in[2k\pi+\frac{\pi}{3},2k\pi+\pi]$. ∵题目所给选项中，只有 $(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3})$ 是上述区间的子区间，∴选 A.

法 2： $f(x)=\cos^2x-2\cos^2\frac{x}{2}=\cos^2x-1-\cos x=(\cos x-\frac{1}{2})^2-\frac{5}{4}$， $f'(x)=-2(\cos x-\frac{1}{2})\bullet\sin x$.依题意，令 $f'(x)>0$， 则 $\begin{cases}\cos x-\frac{1}{2}>0\\ \sin x<0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}\cos x-\frac{1}{2}<0\\ \sin x>0\end{cases}$，结合单位圆，解得 $x\in(2k\pi-\frac{\pi}{3},2k\pi)$ 或 $x\in(2k\pi+\frac{\pi}{3},2k\pi+\pi)$ ∵题目所给选项中，只有 $(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3})$ 是上述区间的子区间，∴选 A.

3.(2007.I.17) 设锐角三角形 ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c， $a=2b\sin A$.

（Ⅰ）求 B 的大小；

（Ⅱ）求 $\cos A+\sin C$ 的取值范围.

分析：（Ⅰ）由 $a=2b\sin A$，根据正弦定理得 $\sin A=2\sin B\sin A$，所以 $\sin B=\frac{1}{2}$，由△ABC 为锐角三角形得 $B=\frac{\pi}{6}$.

（Ⅱ） $\cos A+\sin C=\cos A+\sin\left(\pi-\frac{\pi}{6}-A\right)=\cos A+\sin\left(\frac{\pi}{6}+A\right)=\cos A+\frac{1}{2}\cos A+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A$

$=\sqrt{3}\sin\left(A+\frac{\pi}{3}\right)$.

由$\triangle ABC$为锐角三角形知，$\frac{\pi}{2}-A>\frac{\pi}{2}-B$，$\frac{\pi}{2}-B=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$．$\frac{2\pi}{3}<A+\frac{\pi}{3}<\frac{\pi}{6}$，

所以$\frac{1}{2}\sin\left(A+\frac{\pi}{3}\right)<\frac{\sqrt{3}}{2}$．由此有$\frac{\sqrt{3}}{2}<\sqrt{3}\sin\left(A+\frac{\pi}{3}\right)<\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}$，

所以，$\cos A+\sin C$的取值范围为$\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2}\right)$．

4.(2007.II.1) $\sin 210^{\circ}=$ (　　)

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$-\frac{1}{2}$

分析：D.

5.(2007.II.2) 函数$y=|\sin x|$的一个单调增区间是 (　　)

A．$\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right)$　　B．$\left(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right)$　　C．$\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$　　D．$\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$

分析：C.

6.(2007.II.17) 在$\triangle ABC$中，已知内角$A=\frac{\pi}{3}$，边$BC=2\sqrt{3}$．设内角$B=x$，周长为y．

（1）求函数$y=f(x)$的解析式和定义域；

（2）求y的最大值．

分析：（1）$\triangle ABC$的内角和$A+B+C=\pi$，由$A=\frac{\pi}{3}$，$B>0$，$C>0$得$0<B<\frac{2\pi}{3}$．

应用正弦定理，知$AC=\frac{BC}{\sin A}\sin B=\frac{2\sqrt{3}}{\sin\frac{\pi}{3}}\sin x=4\sin x$，$AB=\frac{BC}{\sin A}\sin C=4\sin\left(\frac{2\pi}{3}-x\right)$．

因为$y=AB+BC+AC$，所以$y=4\sin x+4\sin\left(\frac{2\pi}{3}-x\right)+2\sqrt{3}\left(0<x<\frac{2\pi}{3}\right)$，

（2）因为$y=4\left(\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\frac{1}{2}\sin x\right)+2\sqrt{3}=4\sqrt{3}\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+2\sqrt{3}\left(\frac{\pi}{6}<x+\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6}\right)$，

所以，当$x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，即$x=\frac{\pi}{3}$时，$y$取得最大值$6\sqrt{3}$．

7.(2008.I.8) 为得到函数$y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的图像，只需将函数$y=\sin 2x$的图像(　　)

A．向左平移$\frac{5\pi}{12}$个长度单位　　B．向右平移$\frac{5\pi}{12}$个长度单位

C．向左平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位　　　　D．向右平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位

分析：A. $y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(2x+\frac{5\pi}{6}\right)=\sin 2\left(x+\frac{5\pi}{12}\right)$，只需将函数 $y=\sin 2x$ 的图像向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位得到函数 $y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图像.

8.(2008.I.17) 设△ABC 的内角 A，B，C 所对的边长分别为 a，b，c，且 $a\cos B-b\cos A=\frac{3}{5}c$．

（Ⅰ）求 $\tan A\cot B$ 的值；

（Ⅱ）求 $\tan(A-B)$ 的最大值.

分析：（Ⅰ）在△ABC 中，由正弦定理及 $a\cos B-b\cos A=\frac{3}{5}c$

可得 $\sin A\cos B-\sin B\cos A=\frac{3}{5}\sin C=\frac{3}{5}\sin(A+B)=\frac{3}{5}\sin A\cos B+\frac{3}{5}\cos A\sin B$

即 $\sin A\cos B=4\cos A\sin B$，则 $\tan A\cot B=4$；

（Ⅱ）由 $\tan A\cot B=4$ 得 $\tan A=4\tan B>0$

$$\tan(A-B)=\frac{\tan A-\tan B}{1+\tan A\tan B}=\frac{3\tan B}{1+4\tan^2 B}=\frac{3}{\cot B+4\tan B}\leqslant\frac{3}{4}$$

当且仅当 $4\tan B=\cot B,\tan B=\frac{1}{2},\tan A=2$ 时，等号成立，

故当 $\tan A=2,\tan B=\frac{1}{2}$ 时，$\tan(A-B)$ 的最大值为 $\frac{3}{4}$.

9.(2008.II.8) 若动直线 $x=a$ 与函数 $f(x)=\sin x$ 和 $g(x)=\cos x$ 的图像分别交于 M，N 两点，则 $|MN|$ 的最大值为　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）

A．1　　　　B．$\sqrt{2}$　　　　C．$\sqrt{3}$　　　　D．2

分析：**B**

【解析】在同一坐标系中作出 $f_1(x)=\sin x$ 及 $g_1(x)=\cos x$ 在 $[0,2\pi]$ 的图象，由图象知，当 $x=\frac{3\pi}{4}$，即 $a=\frac{3\pi}{4}$ 时，得 $y_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$y_2=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore |MN|=|y_1-y_2|=\sqrt{2}$

【高考考点】三角函数的图象，两点间的距离

【备考提示】函数图象问题是一个常考常新的问题

10.(2008.II.17) 在△ABC 中，$\cos B=-\frac{5}{13}$，$\cos C=\frac{4}{5}$．

（Ⅰ）求 $\sin A$ 的值；

（Ⅱ）设 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{33}{2}$，求 BC 的长.

分析：（Ⅰ）由 $\cos B=-\dfrac{5}{13}$，得 $\sin B=\dfrac{12}{13}$，

由 $\cos C=\dfrac{4}{5}$，得 $\sin C=\dfrac{3}{5}$.

所以 $\sin A=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C=\dfrac{33}{65}$. ……………………………5 分

（Ⅱ）由 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{33}{2}$ 得 $\dfrac{1}{2}\times AB\times AC\times\sin A=\dfrac{33}{2}$，

由（Ⅰ）知 $\sin A=\dfrac{33}{65}$，

故 $AB\times AC=65$， ……………………………………………………………8 分

又 $AC=\dfrac{AB\times\sin B}{\sin C}=\dfrac{20}{13}AB$，

故 $\dfrac{20}{13}AB^2=65$，　$AB=\dfrac{13}{2}$.

所以 $BC=\dfrac{AB\times\sin A}{\sin C}=\dfrac{11}{2}$. ………………………………………………10 分

11.(2009.I.8) 如果函数 $y=3\cos(2x+\phi)$ 的图像关于点 $\left(\dfrac{4\pi}{3},0\right)$ 中心对称，那么 $|\varphi|$ 的最小值为　(　　)

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{\pi}{2}$

分析：A. $\because$ 函数 $y=3\cos(2x+\phi)$ 的图像关于点 $\left(\dfrac{4\pi}{3},0\right)$ 中心对称

$\therefore 2\cdot\dfrac{4\pi}{3}+\phi=k\pi+\dfrac{\pi}{2}\ \therefore\phi=k\pi-\dfrac{13\pi}{6}(k\in Z)$ 由此易得 $|\phi|_{\min}=\dfrac{\pi}{6}$.

12.(2009.I.16) 若 $\dfrac{\pi}{4}<x<\dfrac{\pi}{2}$，则函数 $y=\tan 2x\tan^3 x$ 的最大值为__________.

分析：令 $\tan x=t,\because\dfrac{\pi}{4}<x<\dfrac{\pi}{2}\ \therefore t>1,$

$$\therefore y=\tan 2x\tan^3 x=\frac{2\tan^4 x}{1-\tan^2 x}=\frac{2t^4}{1-t^2}=\frac{2}{\frac{1}{t^4}-\frac{1}{t^2}}=\frac{2}{(\frac{1}{t^2}-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}}\le\frac{2}{-\frac{1}{4}}=-8.$$

13.(2009.I.17) 在 ΔABC 中，内角 A、B、C 的对边长分别为 a、b、c，已知 $a^2-c^2=2b$，且 $\sin A\cos C=3\cos A\sin C$，求 b.

分析：此题事实上比较简单,但考生反应不知从何入手.对已知条件(1) $a^2-c^2=2b$ 左侧是二次的右侧是一次的,学生总感觉用余弦定理不好处理,而对已知条件(2) $\sin A\cos C=3\cos A\sin C$, 过多的关注两角和与差的正弦公式,甚至有的学生还想用现在已经不再考的积化和差,导致找不到突破口而失分.

解法一：在 ΔABC 中 $\because \sin A\cos C=3\cos A\sin C$, 则由正弦定理及余弦定理

有: $a\bullet\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=3\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\bullet c$, 化简并整理得： $2(a^2-c^2)=b^2$.又由已知

$a^2-c^2=2b\ \therefore 4b=b^2$.解得 $b=4$或$b=0$(舍）.

解法二:由余弦定理得： $a^2-c^2=b^2-2bc\cos A$.又 $a^2-c^2=2b$, $b\neq 0$。

所以 $b=2c\cos A+2$ ……………………………①

又 $\sin A\cos C=3\cos A\sin C$， $\therefore \sin A\cos C+\cos A\sin C=4\cos A\sin C$

$\sin(A+C)=4\cos A\sin C$， 即 $\sin B=4\cos A\sin C$

由正弦定理得 $\sin B=\frac{b}{c}\sin C$， 故 $b=4c\cos A$ ………………………②

由①，②解得 $b=4$。

评析:从 08 年高考考纲中就明确提出要加强对正余弦定理的考查.在备考中应注意总结、提高自己对问题的分析和解决能力及对知识的灵活运用能力.另外提醒：两纲中明确不再考的知识和方法了解就行，不必强化训练。

14.(2009.II.3) 已知 ΔABC 中， $\cot A=-\frac{12}{5}$， 则 $\cos A=$ ( )

A. $\frac{12}{13}$　　B. $\frac{5}{13}$　　C. $-\frac{5}{13}$　　D. $-\frac{12}{13}$

分析：已知 ΔABC 中， $\cot A=-\frac{12}{5}$， $\therefore A\in(\frac{\pi}{2},\pi)$.

$\cos A=-\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 A}}=-\frac{1}{\sqrt{1+(-\frac{5}{12})^2}}=-\frac{12}{13}$　　故选 D.

15.(2009.II.8) 若将函数 $y=\tan\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后，与函数 $y=\tan\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的图像重合，则 ω 的最小值为 ( )

A. $\frac{1}{6}$　　　　B. $\frac{1}{4}$　　　　C. $\frac{1}{3}$　　　　D. $\frac{1}{2}$

分析：$y=\tan\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)\xrightarrow{\text{向右平移}\frac{\pi}{6}\text{个单位}}y=\tan[\omega(x-\frac{\pi}{6})+\frac{\pi}{4}]=\tan\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$

$\therefore \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\omega+k\pi=\frac{\pi}{6}\therefore \omega=6k+\frac{1}{2}(k\in Z)$，

又$\because \omega>0\therefore \omega_{\min}=\frac{1}{2}$.**故选 D**

16.(2009.II.17) 设ΔABC的内角A、B、C的对边长分别为a、b、c，$\cos(A-C)+\cos B=\frac{3}{2}$，$b^2=ac$，求$B$.

分析：由$\cos(A-C)+\cos B=\frac{3}{2}$，易想到先将$B=\pi-(A+C)$代入$\cos(A-C)+\cos B=\frac{3}{2}$得$\cos(A-C)-\cos(A+C)=\frac{3}{2}$。然后利用两角和与差的余弦公式展开得$\sin A\sin C=\frac{3}{4}$；又由$b^2=ac$，利用正弦定理进行边角互化，得$\sin^2 B=\sin A\sin C$，进而得$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$.故$B=\frac{\pi}{3}$或$\frac{2\pi}{3}$。大部分考生做到这里忽略了检验，事实上，当$B=\frac{2\pi}{3}$时，由$\cos B=-\cos(A+C)=-\frac{1}{2}$，进而得$\cos(A-C)=\cos(A+C)+\frac{3}{2}=2>1$，矛盾，应舍去。

也可利用若$b^2=ac$则$b\le a$或$b\le c$从而舍去$B=\frac{2\pi}{3}$。不过这种方法学生不易想到。

评析：本小题考生得分易，但得满分难。

17.(2010.I.2) 记$\cos(-80°)=k$,那么$\tan 100°=$　　　　(　　　)

A. $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$　　　　B. -$\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$　　　　C. $\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$　　　　D. -$\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$

分析：B　【命题意图】本小题主要考查诱导公式、同角三角函数关系式等三角函数知识，并突出了弦切互化这一转化思想的应用.

【解析 1】$\sin 80^\circ=\sqrt{1-\cos^2 80^\circ}=\sqrt{1-\cos^2(-80^\circ)}=\sqrt{1-k^2}$，所以$\tan 100°=-\tan 80^\circ$

$=-\frac{\sin 80^\circ}{\cos 80^\circ}=-\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$.【解析 2】$\cos(-80°)=k\Rightarrow\cos(80°)=k$，

$\tan 100°=\frac{\sin 100^0}{con100^o}=\frac{\sin\left(180^0-80^0\right)}{con\left(180^0-80^0\right)}=\frac{\sin 80^o}{-con80^o}=\frac{\sqrt{1-k^2}}{-k}$

18.(2010.I.14) 已知α为第三象限的角，$\cos 2\alpha=-\frac{3}{5}$,则$\tan(\frac{\pi}{4}+2\alpha)=$ ______________.

分析：$-\frac{1}{7}$【命题意图】本小题主要考查三角函数值符号的判断、同角三角函数关系、和角的正切公式,同时考查了基本运算能力及等价变换的解题技能.

【解析 1】因为α为第三象限的角,所以$2\alpha\in(2(2k+1)\pi,\pi+2(2k+1)\pi)(k\in Z)$，又

$\cos 2\alpha=-\frac{3}{5}<0$，所以$2\alpha\in(\frac{\pi}{2}+2(2k+1)\pi,\pi+2(2k+1)\pi)(k\in Z)$,于是有$\sin 2\alpha=\frac{4}{5}$,

$$\tan 2\alpha=\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}=-\frac{4}{3},\text{所以}\tan(\frac{\pi}{4}+2\alpha)=\frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan 2\alpha}{1-\tan\frac{\pi}{4}\tan 2\alpha}=\frac{1-\frac{4}{3}}{1+\frac{4}{3}}=-\frac{1}{7}.$$

【解析 2】α为第三象限的角，$\cos 2\alpha=-\frac{3}{5}$，$2k\pi+\pi<\alpha<2k\pi+\frac{3}{2}\pi$

$\Rightarrow 4k\pi+2\pi<2\alpha<4k\pi+3\pi\Rightarrow 2\alpha$在二象限，$\sin 2\alpha=\frac{4}{5}$

$$\tan(\frac{\pi}{4}+2\alpha)=\frac{\sin(\frac{\pi}{4}+2\alpha)}{\cos(\frac{\pi}{4}+2\alpha)}=\frac{\sin\frac{\pi}{4}\cos 2\alpha+\cos\frac{\pi}{4}\sin 2\alpha}{\cos\frac{\pi}{4}\cos 2\alpha-\sin\frac{\pi}{4}\sin 2\alpha}=\frac{\cos 2\alpha+\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha-\sin 2\alpha}=-\frac{1}{7}$$

19.(2010.I.17) ΔABC中，D为边BC上的一点，$BD=33$，$\sin B=\frac{5}{13}$，$\cos\angle ADC=\frac{3}{5}$，求$AD$.

分析：【命题意图】本试题主要考查同角三角函数关系、两角和差公式和正弦定理在解三角形中的应用，考查考生对基础知识、基本技能的掌握情况.

【参考答案】由 $\cos\angle ADC=\frac{3}{5}>0$，知 $B<\frac{\pi}{2}$. 由已知得 $\cos B=\frac{12}{13}$，$\sin\angle ADC=\frac{4}{5}$.

从而 $\sin\angle BAD=\sin(\angle ADC-B)=\sin\angle ADC\cos B-\cos\angle ADC\sin B=\frac{4}{5}\times\frac{12}{13}-\frac{3}{5}\times\frac{5}{13}=\frac{33}{65}$.

由正弦定理得 $\frac{AD}{\sin B}=\frac{BD}{\sin\angle BAD}$，所以 $AD=\frac{BD\cdot\sin B}{\sin\angle BAD}=\frac{33\times\frac{5}{13}}{\frac{33}{65}}=25$.

【点评】三角函数与解三角形的综合性问题，是近几年高考的热点，在高考试题中频繁出现. 这类题型难度比较低，一般出现在 17 或 18 题，属于送分题，估计以后这类题型仍会保留，不会有太大改变. 解决此类问题，要根据已知条件，灵活运用正弦定理或余弦定理，求边角或将边角互化.

20.(2011.I.5) 已知角θ的顶点与原点重合，始边与x轴的正半轴重合，终边在直线$y=2x$上，则$\cos 2\theta=$　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(　　)

A. $-\frac{4}{5}$　　　　B. $-\frac{3}{5}$　　　　C. $\frac{3}{5}$　　　　D. $\frac{4}{5}$

分析：由题知$\tan\theta=2$, $\cos 2\theta=\frac{\cos^2\theta-\sin^2\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}=\frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}=-\frac{3}{5}$选 B.

21.(2011.I.16) 在$\triangle ABC$中，$B=60^\circ, AC=\sqrt{3}$，则$AB+2BC$的最大值为__________.

分析：$A+C=120^0 \Rightarrow C=120^0-A, A\in(0,120^0)$, $\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}=2\Rightarrow BC=2\sin A$

$\frac{AB}{\sin C}=\frac{AC}{\sin B}=2\Rightarrow AB=2\sin C=2\sin(120^0-A)=\sqrt{3}\cos A+\sin A$;

$\therefore AB+2BC=\sqrt{3}\cos A+5\sin A=\sqrt{28}\sin(A+\varphi)=2\sqrt{7}\sin(A+\varphi)$，故最大值是$2\sqrt{7}$

22.(2011.II.5) 设函数$f(x)=\cos\omega x(\omega>0)$，将$y=f(x)$的图像向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后，所得的图像与原图像重合，则$\omega$的最小值等于　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(　　)

A. $\frac{1}{3}$　　　　B. 3　　　　C. 6　　　　D. 9

分析：C

【命题意图】本题主要考查三角函数的周期性及三角函数图像的平移变换.

【解析】由题意得$\frac{2\pi}{\omega}\times k=\frac{\pi}{3}(k\in Z)$,解得$\omega=6k$,又$\omega>0$,令$k=1$,得$\omega_{\min}=6$.

23.(2011.II.14) 已知$\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi)$, $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$,则$\tan 2\alpha=$________.

分析：$-\frac{4}{3}$

【命题意图】本题主要考查同角三角函数的基本关系和二倍角的正切公式.

【解析】由$\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi)$, $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$得$\cos\alpha=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$,故$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{1}{2}$,

$\therefore \tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=-\frac{4}{3}$.

24.(2011.II.17) $\triangle ABC$的内角A、B、C的对边分别为a、b、c.已知$A-C=90^\circ$，求C.

分析：【命题意图】本题主要考查正弦定理、三角形内角和定理、诱导公式、辅助角公式,考查考生对基础知识、基本技能的掌握情况.

【解析】由$a+c=\sqrt{2}b$及正弦定理可得$\sin A+\sin C=\sqrt{2}\sin B$　　　　………………3 分

又由 $A-C=90^\circ$, $B=180-(A+C)$,故

$\cos C+\sin C=\sqrt{2}\sin(A+C)=\sqrt{2}\sin(90^\circ+2C)=\sqrt{2}\cos 2C$ ………………7 分

$\frac{\sqrt{2}}{2}\cos C+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin C=\cos 2C$， $\cos(45^\circ-C)=\cos 2C$

因为 $0^\circ<C<90^\circ$, 所以 $2C=45^\circ-C$， $C=15^\circ$ ………………10 分

【点评】三角函数与解三角形的综合性问题，是近几年高考的热点，在高考试题中频繁出现.这类题型难度比较低，一般出现在 17 或 18 题，属于送分题，估计以后这类题型仍会保留，不会有太大改变.解决此类问题，要根据已知条件，灵活运用正弦定理或余弦定理，求边角或将边角互化.

25.(2012.I.9) 已知 $\omega>0$，函数 $f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{4})$ 在 $(\frac{\pi}{2},\pi)$ 上单调递减。则 ω 的取值范围是 (　　)

(A) $[\frac{1}{2},\frac{5}{4}]$　　(B) $[\frac{1}{2},\frac{3}{4}]$　　(C) $(0,\frac{1}{2}]$　　(D) $(0,2$

分析：选 A

$\omega=2\Rightarrow(\omega x+\frac{\pi}{4})\in[\frac{5\pi}{4},\frac{9\pi}{4}]$ 不合题意 排除 (D)

$\omega=1\Rightarrow(\omega x+\frac{\pi}{4})\in[\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}]$ 合题意 排除 $(B)(C)$

另： $\omega(\pi-\frac{\pi}{2})\le\pi\Leftrightarrow\omega\le 2$， $(\omega x+\frac{\pi}{4})\in[\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{4},\pi\omega+\frac{\pi}{4}]\subset[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}]$

得： $\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{4}\ge\frac{\pi}{2},\pi\omega+\frac{\pi}{4}\le\frac{3\pi}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{2}\le\omega\le\frac{5}{4}$

26.(2012.I.17) 已知 a,b,c 分别为 ΔABC 三个内角 A,B,C 的对边， $a\cos C+\sqrt{3}a\sin C-b-c=0$

（1）求 A　　（2）若 $a=2$， ΔABC 的面积为 $\sqrt{3}$；求 b,c。

分析：（1）由正弦定理得：

$a\cos C+\sqrt{3}a\sin C-b-c=0\Leftrightarrow\sin A\cos C-\sqrt{3}\sin A\sin C=\sin B+\sin C$

$\Leftrightarrow\sin A\cos C+\sqrt{3}\sin A\sin C=\sin(a+C)+\sin C$

$\Leftrightarrow\sqrt{3}\sin A-\cos A=1\Leftrightarrow\sin(A-30^\circ)=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow A-30^\circ=30^\circ\Leftrightarrow A=60^\circ$

（2） $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\sqrt{3}\Leftrightarrow bc=4$ $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A\Leftrightarrow b+c=4$

解得： $b=c=2$

27.(2012.II.7) 已知α为第二象限角，$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则$\cos 2\alpha=$

A．$-\frac{\sqrt{5}}{3}$　　　　B．$-\frac{\sqrt{5}}{9}$　　　　C．$\frac{\sqrt{5}}{9}$　　　　D．$\frac{\sqrt{5}}{3}$

分析：A 【命题意图】本试题主要考查了三角函数中两角和差的公式以及二倍角公式的运用。首先利用平方法得到二倍角的正弦值，然后然后利用二倍角的余弦公式，将所求的转化为单角的正弦值和余弦值的问题。

【解析】$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，两边平方可得$1+\sin 2\alpha=\frac{1}{3}\Rightarrow\sin 2\alpha=-\frac{2}{3}$

$\because\alpha$是第二象限角，因此$\sin\alpha>0,\cos\alpha<0$，

所以$\cos\alpha-\sin\alpha=-\sqrt{(\cos\alpha-\sin\alpha)^2}=-\sqrt{1+\frac{2}{3}}=-\frac{\sqrt{15}}{3}$

$\therefore\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=(\cos\alpha+\sin\alpha)(\cos\alpha-\sin\alpha)=-\frac{\sqrt{5}}{3}$

28.(2012.II.12) 正方形$ABCD$的边长为1，点E在边AB上，点F在边BC上，$AE=BF=\frac{3}{7}$，动点P从E出发沿直线向F运动，每当碰到正方形的边时反弹，反弹时反射角等于入射角。当点P第一次碰到E时，P与正方形的边碰撞的次数为　　　　(　　　)

A．16　　　　B．14　　　　C．12　　　　D．10

分析：B

【命题意图】本试题主要考查了反射原理与三角形相似知识的运用。通过相似三角形，来确定反射后的点的落的位置，结合图像分析反射的次数即可。

【解析】解：结合已知中的点 E, F 的位置，进行作图，推理可知，在反射的过程中，直线是平行的，那么利用平行关系，作图，可以得到回到 EA 点时，需要碰撞 14 次即可。

29.(2012.II.14) 当函数$y=\sin x-\sqrt{3}\cos x(0\le x<2\pi)$取得最大值时，$x=$__________.

分析：$\frac{5\pi}{6}$

【命题意图】本试题主要考查了三角函数性质的运用，求解值域的问题。首先化为单一三角函数，然后利用定义域求解角的范围，从而结合三角函数图像得到最值点。

【解析】由$y=\sin x-\sqrt{3}\cos x=2\sin(x-\frac{\pi}{3})$

由$0\le x<2\pi\Leftrightarrow-\frac{\pi}{3}\le x-\frac{\pi}{3}<\frac{5\pi}{3}$可知$-2\le 2\sin(x-\frac{\pi}{3})\le 2$

当且仅当 $x-\frac{\pi}{3}=\frac{3\pi}{2}$ 即 $x=\frac{11\pi}{6}$ 时取得最小值， $x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$ 时即 $x=\frac{5\pi}{6}$ 取得最大值。

30.(2012.II.17) ΔABC 的内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，已知 $\cos(A-C)+\cos B=1, a=2c$，求 C。

分析：【命题意图】本试题主要考查了解三角形的运用，给出两个公式，一个是边的关系，一个角的关系，而求解的为角，因此要找到角的关系式为好。

【解析】由 $A+B+C=\pi \Leftrightarrow B=\pi-(A+C)$，由正弦定理及 $a=2c$ 可得 $\sin A=2\sin C$

所以 $\cos(A-C)+\cos B=\cos(A-C)+\cos(\pi-(A+C))=\cos(A-C)-\cos(A+C)$

$=\cos A\cos C+\sin A\sin C-\cos A\cos C+\sin A\sin C=2\sin A\sin C$ [来源:Z&xx&k.Com]

故由 $\cos(A-C)+\cos B=1$ 与 $\sin A=2\sin C$ 可得 $2\sin A\sin C=1 \Rightarrow 4\sin^2 C=1$

而 C 为三角形的内角且 $a=2c>c$，故 $0<C<\frac{\pi}{2}$，所以 $\sin C=\frac{1}{2}$，故 $C=\frac{\pi}{6}$。

【点评】该试题从整体来看保持了往年的解题风格，依然是通过边角的转换，结合了三角形的内角和定理的知识，以及正弦定理和余弦定理，求解三角形中的角的问题。试题整体上比较稳定，思路也比较容易想，先将三角函数关系式化简后，得到 A,C 角关系，然后结合 $a=2c$，得到两角的二元一次方程组，自然很容易得到角 C 的值。

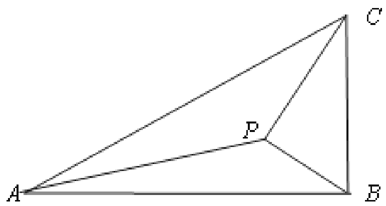
31.(2013.I.15) 设当 $x=\theta$ 时，函数 $f(x)=\sin x-2\cos x$ 取得最大值，则 $\cos\theta=$______.

分析： $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

32.(2013.I.17) 如图，在△ ABC中，∠ABC＝90°，AB=$\sqrt{3}$，BC=1，P为△ ABC内一点，∠BPC＝90°

(1)若 PB=$\frac{1}{2}$，求 PA;

(2)若∠APB＝150°，求 tan∠PBA.



分析：（Ⅰ）由已知得，∠PBC=60°，∴∠PBA=30°，在△ PBA 中，由余弦定理得

$PA^2=3+\frac{1}{4}-2\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}\cos 30^{\circ}=\frac{7}{4}$，∴PA=$\frac{\sqrt{7}}{2}$；

（Ⅱ）设∠PBA=α，由已知得，PB=$\sin\alpha$，在ΔPBA 中，由正弦定理得，$\frac{\sqrt{3}}{\sin 150^{\circ}}=\frac{\sin\alpha}{\sin(30^{\circ}-\alpha)}$，

化简得，$\sqrt{3}\cos\alpha=4\sin\alpha$，∴ $\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{4}$，∴ $\tan\angle PBA=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

33.(2013.II.15) 设θ为第二象限角，若$\tan(\theta+\frac{\pi}{4})=\frac{1}{2}$，则$\sin\theta+\cos\theta=$________.

分析：$-\frac{\sqrt{10}}{5}$.

34.(2013.II.17) △ ABC在内角A,B,C的对边分别为a,b,c，已知$a=b\cos C+c\sin B$.

（Ⅰ）求B；

（Ⅱ）若$b=2$，求△ ABC面积的最大值.

分析：

（Ⅰ）由已知及正弦定理得

$$\sin A=\sin B\cos C+\sin C\sin B. \quad ①$$

又$A=\pi-(B+C)$，故

$$\sin A=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C. \quad ②$$

由①，②和$C\in(0,\pi)$得 $\sin B=\cos B$.

又$B\in(0,\pi)$，所以$B=\frac{\pi}{4}$.

（Ⅱ）$\triangle ABC$的面积$S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{\sqrt{2}}{4}ac$.

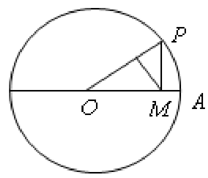
由已知及余弦定理得 $4=a^2+c^2-2ac\cos\frac{\pi}{4}$.

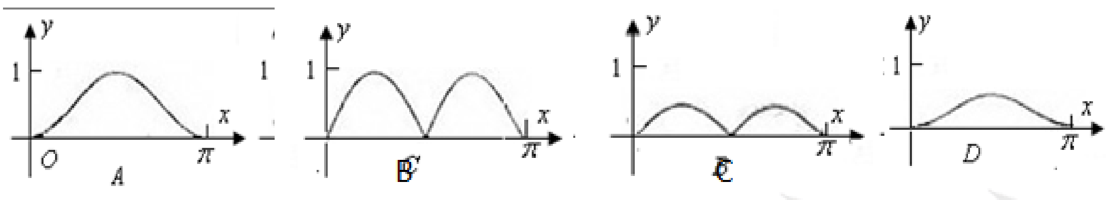
又 $a^2+c^2\geqslant 2ac$，故

$$ac\leqslant\frac{4}{2-\sqrt{2}}，$$ 当且仅当$a=c$时，等号成立.

因此$\triangle ABC$面积的最大值为$\sqrt{2}+1$.

35.(2014.I.6) 如图，圆 O 的半径为 1，A 是圆上的定点，P 是圆上的动点，角x的始边为射线OA，终边为射线OP，过点P作直线OA的垂线，垂足为M，将点M到直线OP的距离表示为x的函数$f(x)$，则$y=f(x)$在$[0,\pi]$上的图像大致为 （ ）





分析：B.

36.(2014.I.8) 设$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\beta\in(0,\frac{\pi}{2})$，且$\tan\alpha=\frac{1+\sin\beta}{\cos\beta}$，则 （ ）

$A.3\alpha-\beta=\frac{\pi}{2}$　　$B.2\alpha-\beta=\frac{\pi}{2}$　　$C.3\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$　　$D.2\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$

分析：B.

37.(2014.I.16) 已知 a,b,c 分别为 ΔABC 的三个内角 A,B,C 的对边， a =2，且 $(2+b)(\sin A-\sin B)=(c-b)\sin C$，则 ΔABC 面积的最大值为__________.

分析：$\sqrt{3}$.

38.(2014.II.4) 钝角三角形 ABC 的面积是 $\frac{1}{2}$，AB=1，BC= $\sqrt{2}$ ，则 AC=　　(　　　)

A. 5　　B. $\sqrt{5}$　　C. 2　　D. 1

分析：B.

39.(2014.II.14) 函数 $f(x)=\sin(x+2\varphi)-2\sin\varphi\cos(x+\varphi)$ 的最大值为_________.

分析：1.

40.(2015.I.2) $\sin 20^\circ\cos 10^\circ-\cos 160^\circ\sin 10^\circ$ =　　(　　　)

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

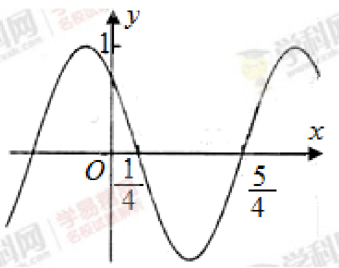
【答案】D

【解析】原式= $\sin 20^\circ\cos 10^\circ+\cos 20^\circ\sin 10^\circ=\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$，故选 D.

【考点定位】本题主要考查诱导公式与两角和与差的正余弦公式.

【名师点睛】本题解题的关键在于观察到 20° 与 160° 之间的联系，会用诱导公式将不同角化为同角，再用两角和与差的三角公式化为一个角的三角函数，利用特殊角的三角函数值即可求出值，注意要准确记忆公式和灵活运用公式.

41.(2015.I.8) 函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)$ 的部分图像如图所示，则 $f(x)$ 的单调递减区间为　　(　　　)



A. $(k\pi-\frac{1}{4},k\pi+\frac{3}{4}),k\in Z$　　B. $(2k\pi-\frac{1}{4},2k\pi+\frac{3}{4}),k\in Z$

C. $(k-\frac{1}{4},k+\frac{3}{4}),k\in Z$　　D. $(2k-\frac{1}{4},2k+\frac{3}{4}),k\in Z$

【答案】D

【解析】由五点作图知，$\begin{cases}\frac{1}{4}\omega+\varphi=\frac{\pi}{2}\\ \frac{5}{4}\omega+\varphi=\frac{3\pi}{2}\end{cases}$，解得 $\omega=\pi$，$\varphi=\frac{\pi}{4}$，所以 $f(x)=\cos(\pi x+\frac{\pi}{4})$，令 $2k\pi<\pi x+\frac{\pi}{4}<2k\pi+\pi,k\in Z$，解得 $2k-\frac{1}{4}<x<2k+\frac{3}{4}$，$k\in Z$，故单调减区间为 $(2k-\frac{1}{4},2k+\frac{3}{4})$，$k\in Z$，故选 D.

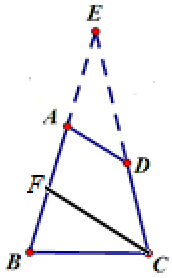
【考点定位】三角函数图像与性质

【名师点睛】本题考查函数 $y=A\cos(\omega x+\varphi)$ 的图像与性质，先利用五点作图法列出关于 ω，φ 方程，求出 ω，φ，或利用利用图像先求出周期，用周期公式求出 ω，利用特殊点求出 φ，再利用复合函数单调性求其单调递减区间，是中档题，正确求 ω，φ 使解题的关键.

42.(2015.I.16) 在平面四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle B=\angle C=75°$，$BC=2$，则 AB 的取值范围是__________.

【答案】（$\sqrt{6}-\sqrt{2}$，$\sqrt{6}+\sqrt{2}$）

【解析】如图所示，延长 BA，CD 交于 E，平移 AD，当 A 与 D 重合与 E 点时，AB 最长，在△BCE 中，$\angle B=\angle C=75°$，$\angle E=30°$，$BC=2$，由正弦定理可得 $\dfrac{BC}{\sin\angle E}=\dfrac{BE}{\sin\angle C}$，即 $\dfrac{2}{\sin 30^\circ}=\dfrac{BE}{\sin 75^\circ}$，解得 $BE=\sqrt{6}+\sqrt{2}$，平移 AD，当 D 与 C 重合时，AB 最短，此时与 AB 交于 F，在△BCF 中，$\angle B=\angle BFC=75°$，$\angle FCB=30°$，由正弦定理知，$\dfrac{BF}{\sin\angle FCB}=\dfrac{BC}{\sin\angle BFC}$，即 $\dfrac{BF}{\sin 30^\circ}=\dfrac{2}{\sin 75^\circ}$，解得 $BF=\sqrt{6}-\sqrt{2}$，所以 AB 的取值范围为（$\sqrt{6}-\sqrt{2}$，$\sqrt{6}+\sqrt{2}$）.



【考点定位】正余弦定理；数形结合思想

【名师点睛】本题考查正弦定理及三角公式，作出四边形，发现四个为定值，四边形的形状固定，边 BC 长定，平移 AD，当 AD 重合时，AB 最长，当 CD 重合时 AB 最短，再利用正弦定理求出两种极限位置是 AB 的长，即可求出 AB 的范围，作出图形，分析图形的特点是找到解题思路的关键.

43.(2015.II.17) ΔABC 中，D 是 BC 上的点，AD 平分 $\angle BAC$，ΔABD 面积是 ΔADC 面积的 2 倍.

(Ⅰ) 求 $\dfrac{\sin\angle B}{\sin\angle C}$；

(Ⅱ)若 $AD=1$，$DC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，求 BD 和 AC 的长.

【答案】(Ⅰ) $\dfrac{1}{2}$；(Ⅱ) 1.

学科网【解析】(Ⅰ) $S_{\Delta ABD}=\dfrac{1}{2}AB\cdot AD\sin\angle BAD$，$S_{\Delta ADC}=\dfrac{1}{2}AC\cdot AD\sin\angle CAD$，因为 $S_{\Delta ABD}=2S_{\Delta ADC}$，$\angle BAD=\angle CAD$，所以 $AB=2AC$．由正弦定理可得 $\dfrac{\sin\angle B}{\sin\angle C}=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{1}{2}$.

(Ⅱ)因为 $S_{\Delta ABD}:S_{\Delta ADC}=BD:DC$，所以 $BD=\sqrt{2}$．在 ΔABD 和 ΔADC 中，由余弦定理得

$AB^2=AD^2+BD^2-2AD\cdot BD\cos\angle ADB$，$AC^2=AD^2+DC^2-2AD\cdot DC\cos\angle ADC$.

$AB^2+2AC^2=3AD^2+BD^2+2DC^2=6$．由(Ⅰ)知 $AB=2AC$，所以 $AC=1$.

【考点定位】1、三角形面积公式；2、正弦定理和余弦定理.

【名师点睛】本题考查了三角形的面积公式、角分线、正弦定理和余弦定理，由角分线的定义得角的等量关系，由面积关系得边的关系，由正弦定理得三角形内角正弦的关系；分析两个三角形中 $\cos\angle ADB$ 和 $\cos\angle ADC$ 互为相反数的特点结合已知条件，利用余弦定理列方程，进而求 AC.