

15 复数

湖南师大附中, 数学教研组, 张湘君

- 1.(2007.I.2) 设 a 是实数, 且 $\frac{a}{1+i} + \frac{1+i}{2}$ 是实数, 则 $a =$ ()
- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2
- 2.(2007.II.3) 设复数 z 满足 $\frac{1+2i}{z} = i$, 则 $z =$ ()
- A. $-2+i$ B. $-2-i$ C. $2-i$ D. $2+i$
- 3.(2008.I.4) 设 $a \in \mathbf{R}$, 且 $(a+i)^2 i$ 为正实数, 则 $a =$ ()
- A. 2 B. 1 C. 0 D. -1
- 4.(2008.II.2) 设 $a, b \in \mathbf{R}$ 且 $b \neq 0$, 若复数 $(a+bi)^3$ 是实数, 则 ()
- A. $b^2 = 3a^2$ B. $a^2 = 3b^2$ C. $b^2 = 9a^2$ D. $a^2 = 9b^2$
- 5.(2009.I.2) 已知 $\frac{\bar{z}}{1+i} = 2+i$, 则复数 $z =$ ()
- A. $-1+3i$ B. $1-3i$ C. $3+i$ D. $3-i$
- 6.(2009.II.1) $\frac{10i}{2-i} =$ ()
- A. $-2+4i$ B. $-2-4i$ C. $2+4i$ D. $2-4i$
- 7.(2010.I.1) 复数 $\frac{3+2i}{2-3i} =$ ()
- A. i B. $-i$ C. $12-13i$ D. $12+13i$
- 8.(2011.I.1) 复数 $\frac{2+i}{1-2i}$ 的共轭复数是 ()
- A. $-\frac{3}{5}i$ B. $\frac{3}{5}i$ C. $-i$ D. i
- 9.(2011.II.1) 复数 $z = 1+i$, \bar{z} 为 z 的共轭复数, 则 $z\bar{z} - z - 1 =$ ()
- A. $-2i$ B. $-i$ C. i D. $2i$
- 10.(2012.I.3) 下面是关于复数 $z = \frac{2}{-1+i}$ 的四个命题: 其中的真命题为 ()
- $p_1: |z| = 2$ $p_2: z^2 = 2i$ $p_3: z$ 的共轭复数为 $1+i$ $p_4: z$ 的虚部为 -1
- (A) p_2, p_3 (B) p_1, p_2 (C) p_2, p_4 (D) p_3, p_4
- 11.(2012.II.1) 复数 $\frac{-1+3i}{1+i} =$ ()
- A. $2+i$ B. $2-i$ C. $1+2i$ D. $1-2i$

12.(2013.I.2) 若复数 z 满足 $(3-4i)z = |4+3i|$, 则 z 的虚部为 ()

- A. -4 B. $-\frac{4}{5}$ C. 4 D. $\frac{4}{5}$

13.(2013.II.2) 设复数 z 满足 $(1-i)z = 2i$, 则 $z =$ ()

- A. $-1+i$ B. $-1-i$ C. $1+i$ D. $1-i$

14.(2014.I.2) $\frac{(1+i)^3}{(1-i)^2} =$ ()

- A. $1+i$ B. $1-i$ C. $-1+i$ D. $-1-i$

15.(2014.II.2) 设复数 z_1, z_2 在复平面内的对应点关于虚轴对称, $z_1 = 2+i$, 则 $z_1 z_2 =$ ()

- A. -5 B. 5 C. $-4+i$ D. $-4-i$

16.(2015.I.1) 设复数 z 满足 $\frac{1+z}{1-z} = i$, 则 $|z| =$ ()

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

17.(2015.II.2) 若 a 为实数且 $(2+ai)(a-2i) = -4i$, 则 $a =$ ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

15 复数

湖南师大附中, 数学教研组, 张湘君

1.(2007.I.2) 设 a 是实数, 且 $\frac{a}{1+i} + \frac{1+i}{2}$ 是实数, 则 $a =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

分析: $\frac{a}{1+i} + \frac{1+i}{2} = \frac{a(1-i)}{2} + \frac{1+i}{2} = \frac{1+a}{2} + \frac{1-a}{2}i$, $\because \frac{a}{1+i} + \frac{1+i}{2}$ 是实数, $\therefore \frac{1-a}{2} = 0$, 解得 $a = 1$. 选

B.

2.(2007.II.3) 设复数 z 满足 $\frac{1+2i}{z} = i$, 则 $z =$ ()

- A. $-2+i$ B. $-2-i$ C. $2-i$ D. $2+i$

分析: C.

3.(2008.I.4) 设 $a \in \mathbf{R}$, 且 $(a+i)^2 i$ 为正实数, 则 $a =$ ()

- A. 2 B. 1 C. 0 D. -1

分析: D. $(a+i)^2 i = (a^2 + 2ai - 1)i = -2a + (a^2 - 1)i > 0, a = -1$.

4.(2008.II.2) 设 $a, b \in \mathbf{R}$ 且 $b \neq 0$, 若复数 $(a+bi)^3$ 是实数, 则 ()

- A. $b^2 = 3a^2$ B. $a^2 = 3b^2$ C. $b^2 = 9a^2$ D. $a^2 = 9b^2$

分析: A

【解析】 $(a+bi)^3 = a^3 + 3a^2bi - 3ab^2 - b^3i = (a^3 - 3ab^2) + (3a^2b - b^3)i$, 因是实数且

$b \neq 0$, 所以 $3a^2b - b^3 = 0 \Rightarrow b^2 = 3a^2$

【高考考点】复数的基本运算

5.(2009.I.2) 已知 $\frac{\bar{z}}{1+i} = 2+i$, 则复数 $z =$ ()

- A. $-1+3i$ B. $1-3i$ C. $3+i$ D. $3-i$

分析: $\bar{z} = (1+i) \cdot (2+i) = 1+3i, \therefore z = 1-3i$ 故选 B.

6.(2009.II.1) $\frac{10i}{2-i} =$ ()

- A. $-2+4i$ B. $-2-4i$ C. $2+4i$ D. $2-4i$

分析: 原式 $= \frac{10i(2+i)}{(2-i)(2+i)} = -2 + 4i$. 故选 A.

7.(2010.I.1) 复数 $\frac{3+2i}{2-3i} =$ ()

- A. i B. $-i$ C. $12-13i$ D. $12+13i$

分析: A 【命题意图】本小题主要考查复数的基本运算,重点考查分母实数化的转化技巧.

【解析 1】 $\frac{3+2i}{2-3i} = \frac{(3+2i)(2+3i)}{(2-3i)(2+3i)} = \frac{6+9i+4i-6}{13} = i.$

【解析 2】 $\frac{3+2i}{2-3i} = \frac{-3i^2+2i}{2-3i} = i$

8.(2011.I.1) 复数 $\frac{2+i}{1-2i}$ 的共轭复数是 ()

- A. $-\frac{3}{5}i$ B. $\frac{3}{5}i$ C. $-i$ D. i

分析: 解析: $\frac{2+i}{1-2i} = \frac{(2+i)(1+2i)}{5} = i$, 共轭复数为 C.

9.(2011.II.1) 复数 $z=1+i$, \bar{z} 为 z 的共轭复数, 则 $z\bar{z}-z-1=$ ()

- A. $-2i$ B. $-i$ C. i D. $2i$

分析: B

【命题意图】本题主要考查复数的运算.

【解析】 $z\bar{z}-z-1=|z|^2-z-1=2-(1+i)-1=-i.$

10.(2012.I.3) 下面是关于复数 $z = \frac{2}{-1+i}$ 的四个命题: 其中的真命题为 ()

$p_1: |z|=2$ $p_2: z^2=2i$ $p_3: z$ 的共轭复数为 $1+i$ $p_4: z$ 的虚部为 -1

- (A) p_2, p_3 (B) p_1, p_2 (C) p_2, p_4 (D) p_3, p_4

分析: 选 C, $z = \frac{2}{-1+i} = \frac{2(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)} = -1-i$

$p_1: |z|=\sqrt{2}$, $p_2: z^2=2i$, $p_3: z$ 的共轭复数为 $-1+i$, $p_4: z$ 的虚部为 -1

11.(2012.II.1) 复数 $\frac{-1+3i}{1+i} =$ ()

- A. $2+i$ B. $2-i$ C. $1+2i$ D. $1-2i$

分析: C

【命题意图】本试题主要考查了复数的四则运算法则。通过利用除法运算来求解。

【解析】因为 $\frac{-1+3i}{1+i} = \frac{(-1+3i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{2+4i}{2} = 1+2i$

12.(2013.I.2) 若复数 z 满足 $(3-4i)z = |4+3i|$, 则 z 的虚部为 ()

- A. -4 B. $-\frac{4}{5}$ C. 4 D. $\frac{4}{5}$

分析: D.

13.(2013.II.2) 设复数 z 满足 $(1-i)z = 2i$, 则 $z =$ ()

- A. $-1+i$ B. $-1-i$ C. $1+i$ D. $1-i$

分析: A.

14.(2014.I.2) $\frac{(1+i)^3}{(1-i)^2} =$ ()

- A. $1+i$ B. $1-i$ C. $-1+i$ D. $-1-i$

分析: D.

15.(2014.II.2) 设复数 z_1, z_2 在复平面内的对应点关于虚轴对称, $z_1 = 2+i$, 则 $z_1 z_2 =$ ()

- A. -5 B. 5 C. $-4+i$ D. $-4-i$

分析: A.

16.(2015.I.1) 设复数 z 满足 $\frac{1+z}{1-z} = i$, 则 $|z| =$ ()

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

【答案】A

【解析】由 $\frac{1+z}{1-z} = i$ 得, $z = \frac{-1+i}{1+i} = \frac{(-1+i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = i$, 故 $|z|=1$, 故选 A.

【考点定位】本题主要考查复数的运算和复数的模等. 学科网

【名师点睛】本题将方程思想与复数的运算和复数的模结合起来考查, 试题设计思路新颖, 本题解题思路为利用方程思想和复数的运算法则求出复数 z , 再利用复数的模公式求出 $|z|$, 本题属于基础题, 注意运算的准确性.

17.(2015.II.2) 若 a 为实数且 $(2+ai)(a-2i) = -4i$, 则 $a =$ ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

【答案】B

【解析】由已知得 $4a + (a^2 - 4)i = -4i$, 所以 $4a = 0, a^2 - 4 = -4$, 解得 $a = 0$, 故选 B.

【考点定位】复数的运算.

【名师点睛】本题考查复数的运算, 要利用复数相等列方程求解, 属于基础题.